

Corso Zero Fisica

Prof.ssa Roberta Spartà





Distanza EN-CT?



Distanza EN-CT?

$d = 90 \text{ km}$

direzione?



$d = 90 \text{ km}$

direzione (retta)

verso CT-EN o EN-CT?

Grandezze scalari e vettoriali

In Fisica generale sostanzialmente si adoperano due tipi di grandezze fisiche

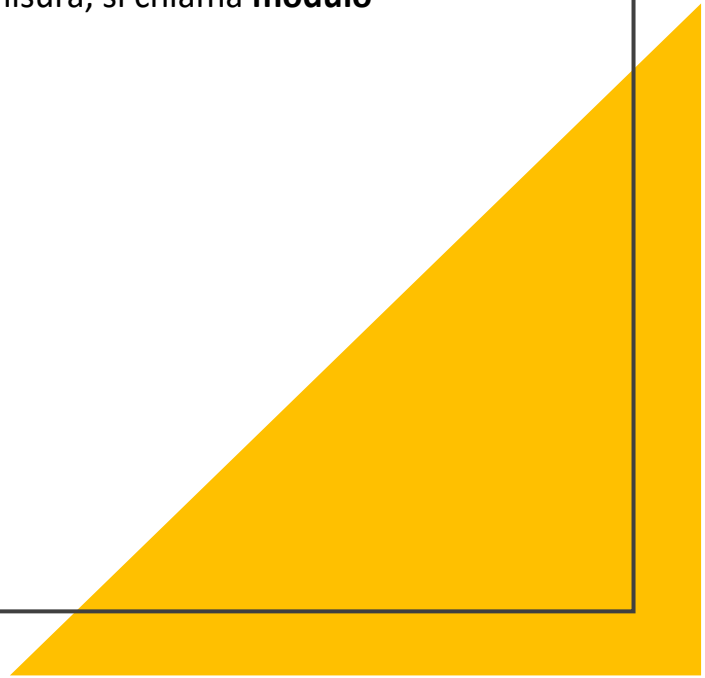
- le **grandezze scalari** (o semplicemente scalari)
- le **grandezze vettoriali** (o semplicemente vettori).

Una grandezza fisica è una grandezza scalare se per definirla completamente è sufficiente solo un valore numerico (positivo, negativo o nullo e non dipendente dal particolare sistema di riferimento scelto).

Sono grandezze scalari: il tempo, la distanza tra due punti, la massa, l'energia, il lavoro, il calore, la temperatura, la carica elettrica, ecc.

Una grandezza fisica è una grandezza vettoriale se per definirla è necessario un valore numerico ed una orientazione.

- Il valore numerico (sempre positivo) associato ad un vettore, che in opportune unità ne dà la misura, si chiama **modulo**
- l'orientazione è specificata da una **direzione** e da un **verso**.



Grandezze scalari e vettoriali

In Fisica generale sostanzialmente si adoperano due tipi di grandezze fisiche

- le **grandezze scalari** (o semplicemente scalari)
- le **grandezze vettoriali** (o semplicemente vettori).

Una grandezza fisica è una grandezza scalare se per definirla completamente è sufficiente solo un valore numerico (positivo, negativo o nullo e non dipendente dal particolare sistema di riferimento scelto).

Sono grandezze scalari: il tempo, la distanza tra due punti, la massa, l'energia, il lavoro, il calore, la temperatura, la carica elettrica, ecc.

Una grandezza fisica è una grandezza vettoriale se per definirla è necessario un valore numerico ed una orientazione.

- Il valore numerico (sempre positivo) associato ad un vettore, che in opportune unità ne dà la misura, si chiama **modulo**
- l'orientazione è specificata da una **direzione** e da un **verso**.

Sono grandezze vettoriali lo spostamento, la velocità, l'accelerazione, la forza, il momento angolare, il campo elettrico, ecc.

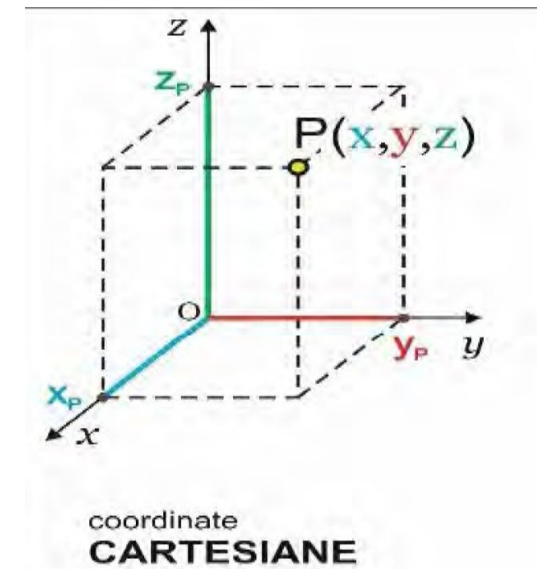
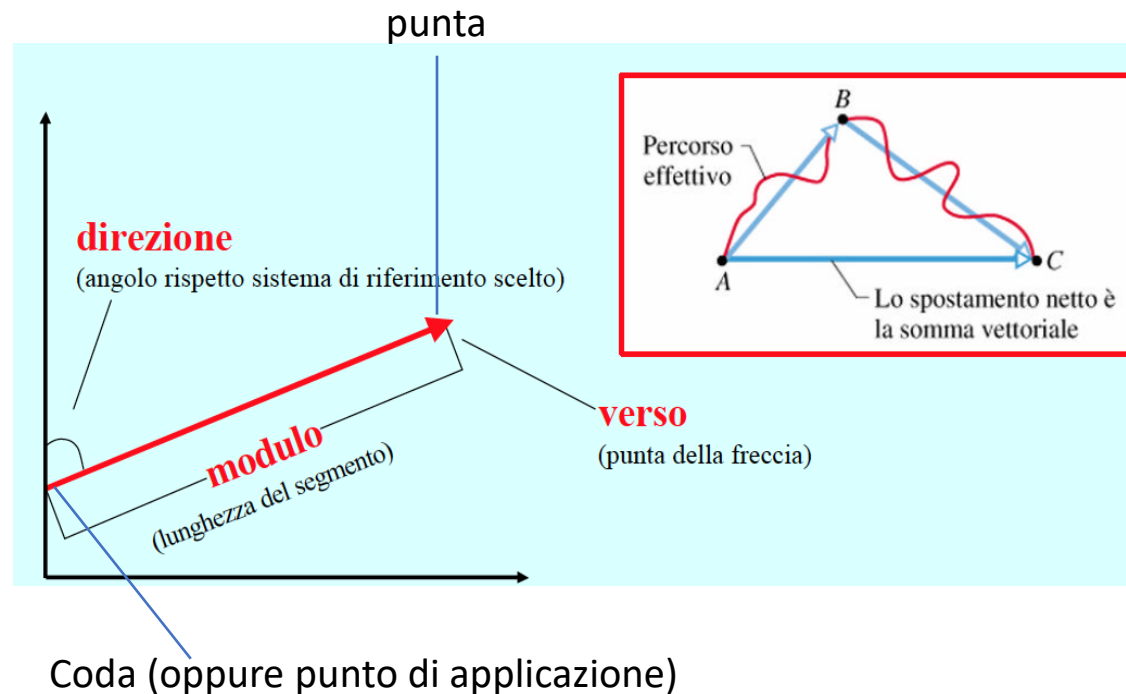
In genere le grandezze scalari vengono indicate con carattere tipografico normale:

$T, m, E, L, T, \dots$

In genere le grandezze vettoriali vengono indicate o con una lettera in grassetto o con una lettera sormontata da una freccia:

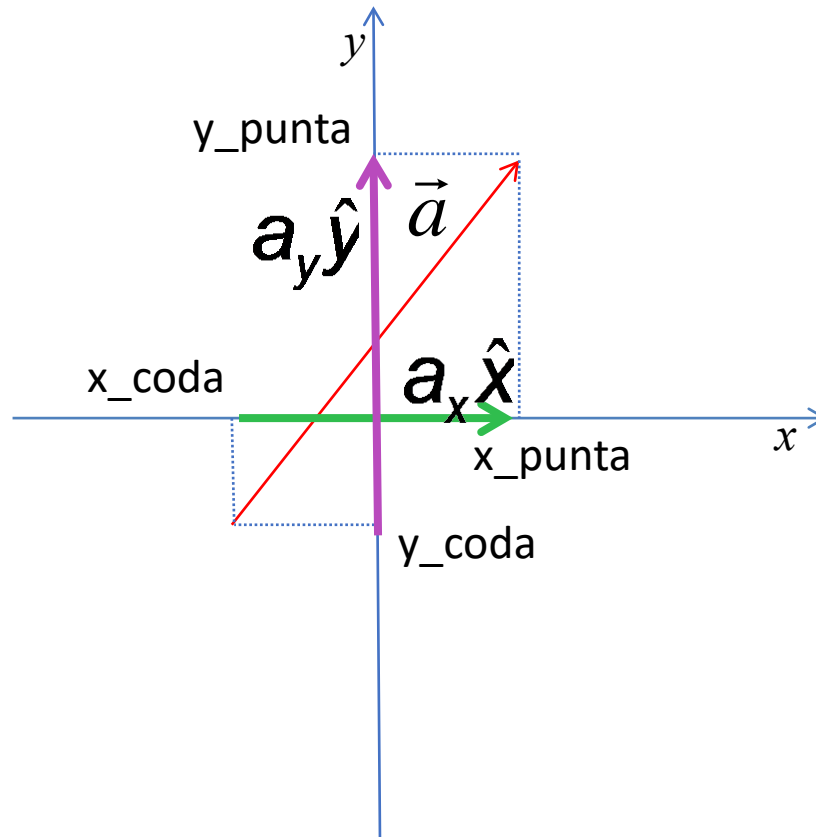
$\vec{r}, \vec{v}, \vec{F}, \dots$

Rappresentazione grafica di un vettore



Il vettore può essere indicato con 3 numeri che rappresentano le coordinate (x,y,z) della punta del vettore quando la coda coincide con il punto O(0,0,0)

Componenti di vettori



$$a_x = x_{punta} - x_{coda}$$

$$a_y = y_{punta} - y_{coda}$$

$$a_z = z_{punta} - z_{coda}$$

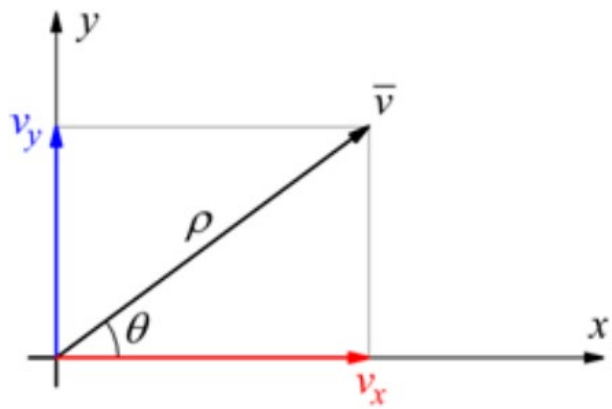
Le componenti possono essere
sia positive che negative

$$\vec{a} = a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}$$

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$

Sono vettori di modulo unitario che indicano le
direzioni degli assi x, y e z e sono chiamati **versori**

Componenti nel sistema di coord. polari



$$\vec{v} = (v_x, v_y)$$

$$\vec{v} = (\rho, \theta)$$

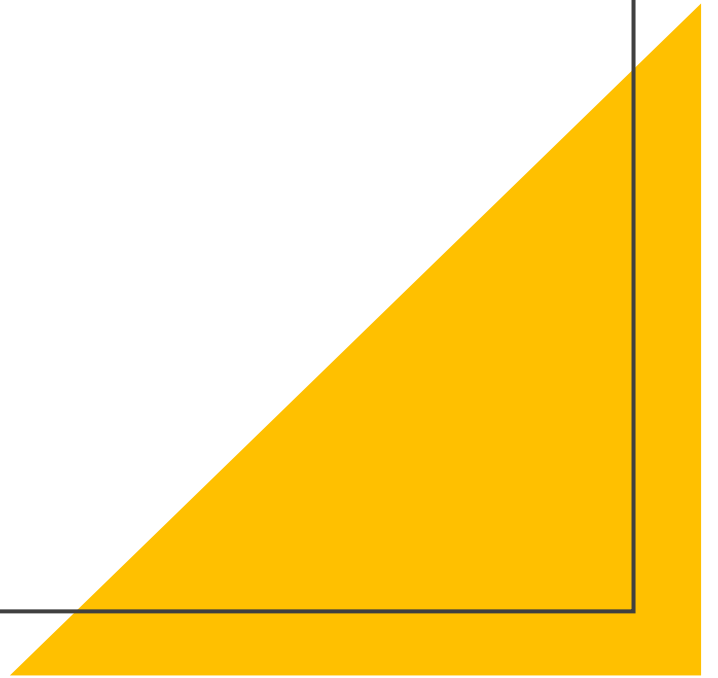
$$|\vec{v}| = \rho = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$$

$$v_x = \rho \cos \theta \quad v_y = \rho \sin \theta$$

Operazioni tra vettori

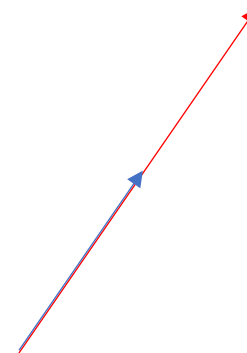
- Prodotto di un vettore per uno scalare
- Somma vettoriale
- Differenza tra vettori
- Prodotto scalare
- Prodotto vettoriale



Prodotto di uno scalare per un vettore

Il prodotto di un vettore $\vec{a}$ per uno scalare k ha come risultato un vettore $\vec{m}$:

$$\vec{m} \equiv k \vec{a}$$

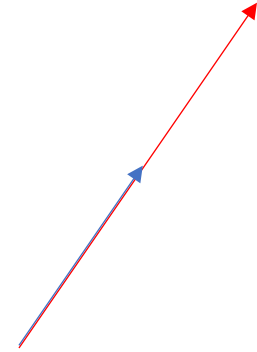


Prodotto di uno scalare per un vettore

Il prodotto di un vettore $\vec{a}$ per uno scalare k ha come risultato un vettore $\vec{m}$:

$$\vec{m} \equiv k \vec{a}$$

- ◆ Se $k > 0$, il vettore $\vec{m}$ ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore $\vec{a}$ e modulo m pari a k volte il modulo di $\vec{a}$ ($m = k a$).
- ◆ Se $k < 0$, il vettore $\vec{m}$ ha la stessa direzione, verso opposto del vettore $\vec{a}$ e modulo m pari a $|k|$ volte il modulo di $\vec{a}$ ($m = |k| a$).



Prodotto di uno scalare per un vettore

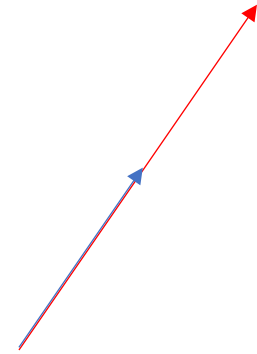
Il prodotto di un vettore $\vec{a}$ per uno scalare k ha come risultato un vettore $\vec{m}$:

$$\vec{m} \equiv k \vec{a}$$

- ◆ Se $k > 0$, il vettore $\vec{m}$ ha la stessa direzione e lo stesso verso del vettore $\vec{a}$ e modulo m pari a k volte il modulo di $\vec{a}$ ($m = k a$).
- ◆ Se $k < 0$, il vettore $\vec{m}$ ha la stessa direzione, verso opposto del vettore $\vec{a}$ e modulo m pari a $|k|$ volte il modulo di $\vec{a}$ ($m = |k| a$).

In particolare se $k = -1$, si ha $\vec{m} = -\vec{a}$.

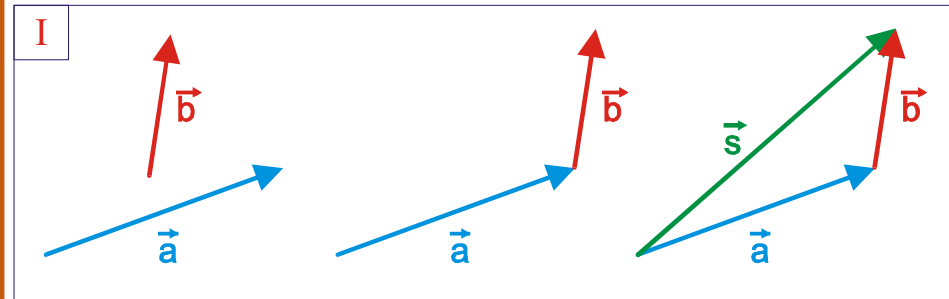
Il vettore $\vec{m}$ ha la stessa direzione e modulo di a , ma verso opposto; cioè, come già detto, il vettore $\vec{m}$ è l'opposto del vettore $\vec{a}$.



Somma di vettori

- Spostare un vettore mantenendolo sempre parallelo a se stesso finché la sua coda coincide con la punta dell'altro
- Il vettore somma è il vettore la cui coda coincide con la coda del primo vettore e la cui punta coincide con la punta del secondo vettore

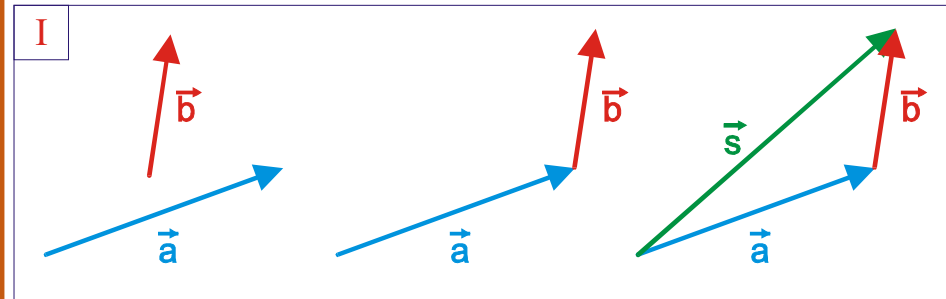
Metodo punta-coda



Somma di vettori

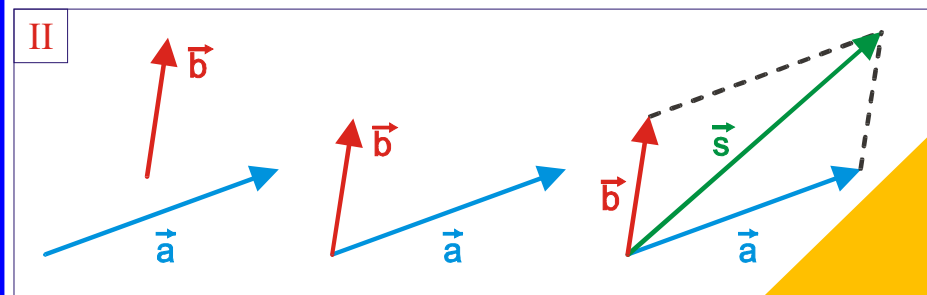
- Spostare un vettore mantenendolo sempre parallelo a se stesso finché la sua coda coincide con la punta dell'altro
- Il vettore somma è il vettore la cui coda coincide con la coda del primo vettore e la cui punta coincide con la punta del secondo vettore

Metodo punta-coda

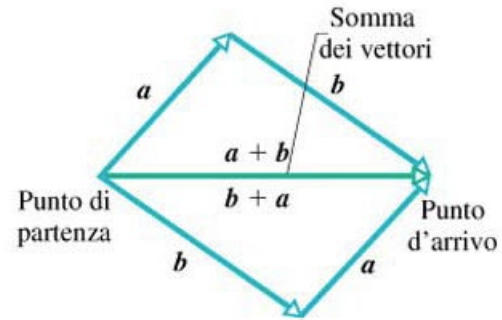


- ❖ Spostare un vettore mantenendolo sempre parallelo a se stesso finché la sua coda coincide con la coda dell'altro
- ❖ Disegnare il parallelogramma avente per lati i due vettori così ottenuti. Il vettore somma è il vettore rappresentato dalla diagonale del parallelogramma e la cui coda coincide con la coda dei due vettori.

Metodo del parallelogramma



Somma di vettori



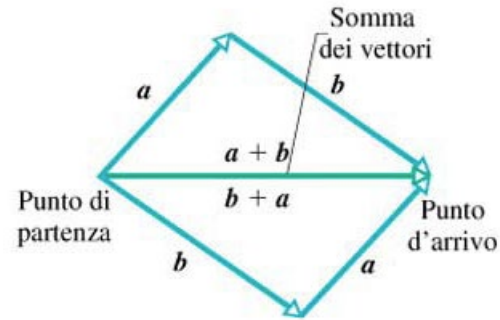
Proprietà commutativa della somma
 $\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$

$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$$

con

$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$

Somma di vettori

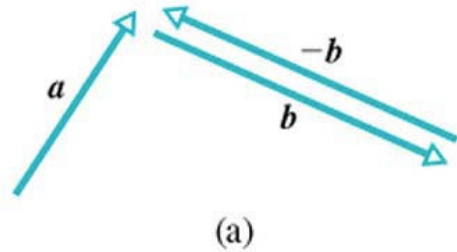


Proprietà commutativa della somma
 $\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$

$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$$

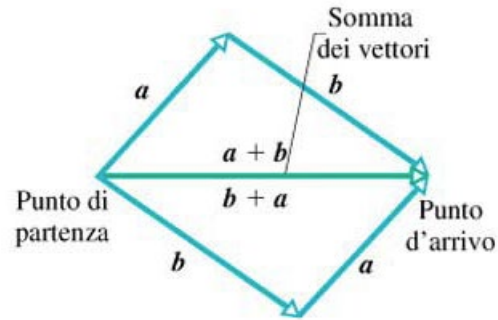
con

$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$



Opposto di un vettore
 $\underline{-b}$

Somma di vettori

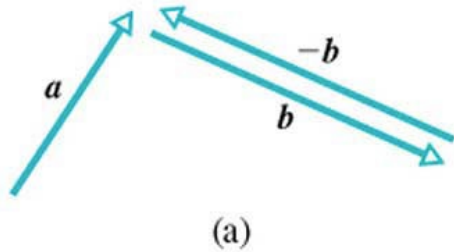


Proprietà commutativa della somma
 $\underline{a} + \underline{b} = \underline{b} + \underline{a}$

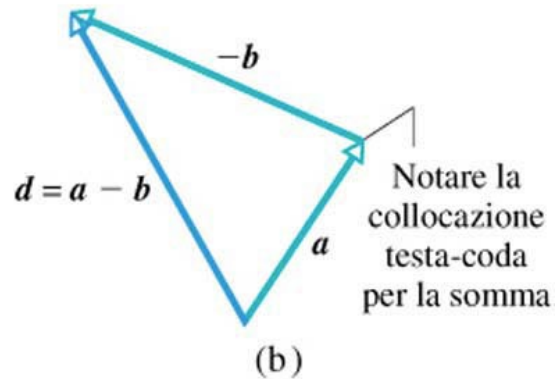
$$\underline{a} + \underline{b} = \underline{c}$$

con

$$c_x = a_x + b_x$$
$$c_y = a_y + b_y$$



Opposto di un vettore
 $\underline{-b}$

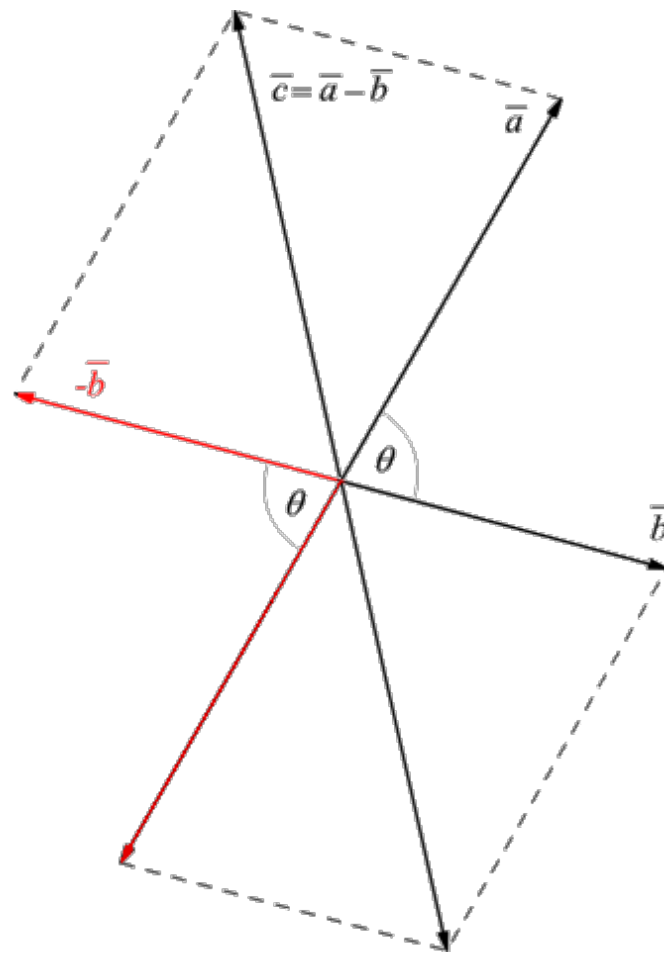


Differenza tra vettori
 $\underline{a} - \underline{b}$

Differenza di vettori

$$\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$

$$\vec{b} - \vec{a} = -\vec{c}$$

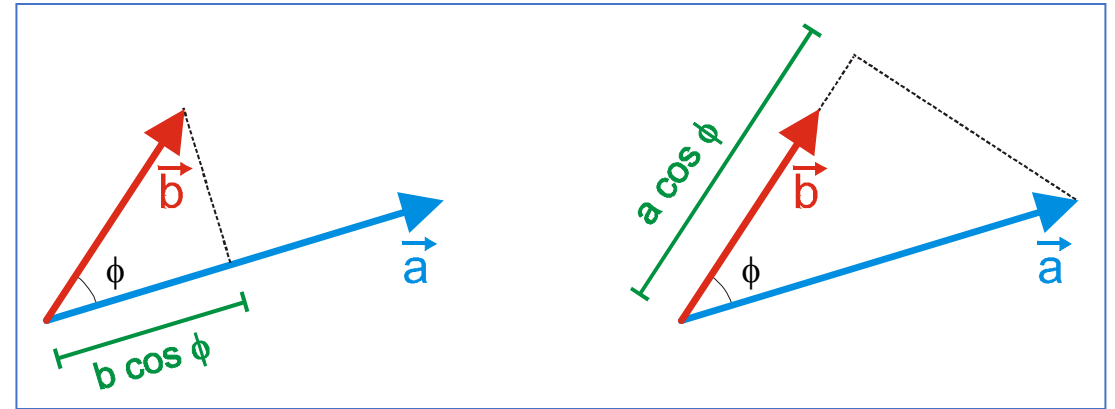


Prodotto scalare

✧ Si definisce prodotto scalare tra due vettori lo scalare dato da:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = ab \cos \phi$$

dove ϕ è l'angolo acuto compreso tra i due vettori.

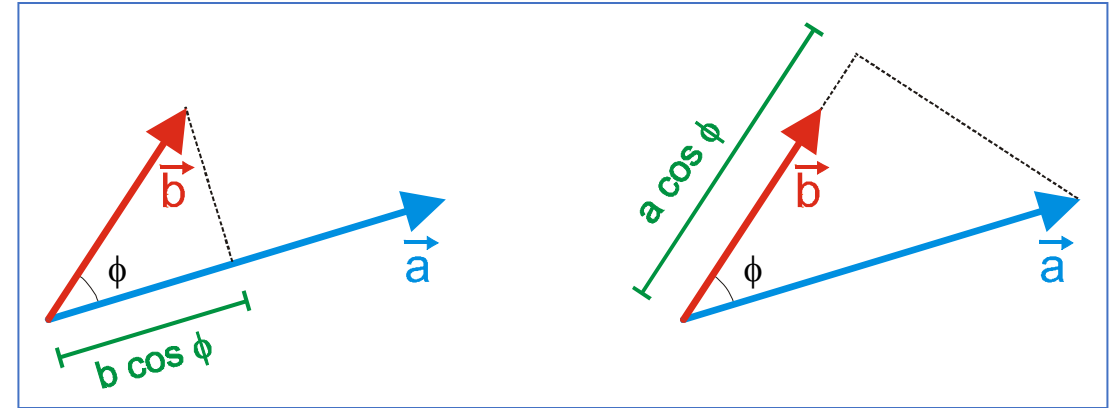


Prodotto scalare

✧ Si definisce prodotto scalare tra due vettori lo scalare dato da:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = ab \cos \phi$$

dove ϕ è l'angolo acuto compreso tra i due vettori.



✧ Si ha che:	$\cos \phi$	$\underline{a} \bullet \underline{b}$
$0^\circ \leq \phi < 90^\circ$	> 0	> 0
$\phi = 90^\circ$	0	0
$90^\circ < \phi \leq 180^\circ$	< 0	< 0

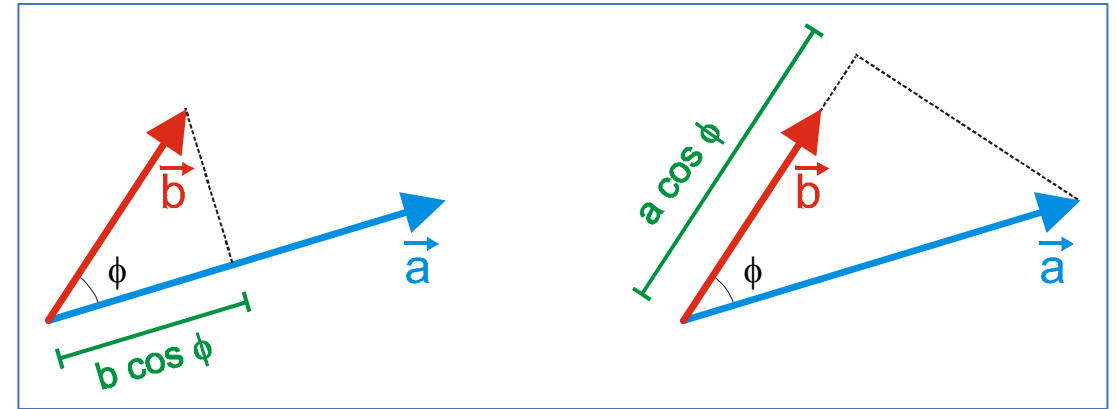
Il prodotto scalare può essere visto come il prodotto del modulo di un vettore per la componente dell'altro vettore nella direzione del primo vettore

Prodotto scalare

✧ Si definisce prodotto scalare tra due vettori lo scalare dato da:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = ab \cos \phi$$

dove ϕ è l'angolo acuto compreso tra i due vettori.



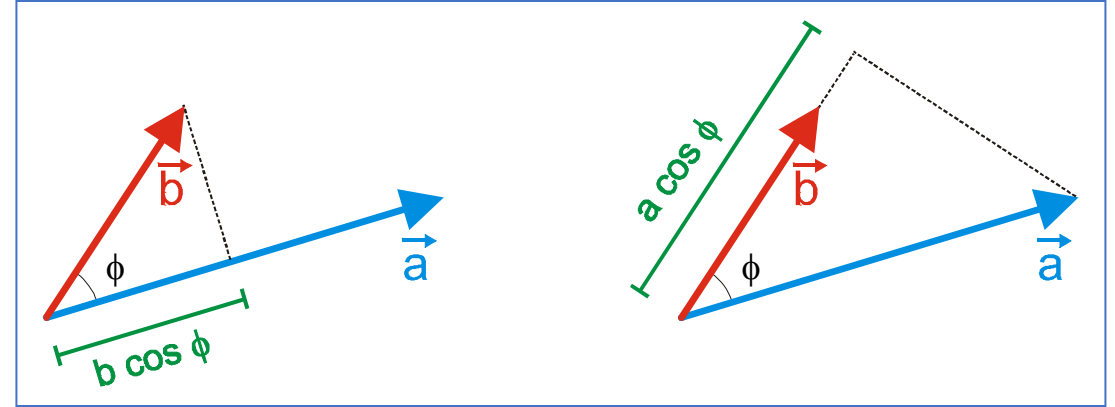
✧ Si ha che:	$\cos \phi$	$\underline{a} \bullet \underline{b}$
$0^\circ \leq \phi < 90^\circ$	> 0	> 0
$\phi = 90^\circ$	0	0
$90^\circ < \phi \leq 180^\circ$	< 0	< 0

Il prodotto scalare può essere visto come il prodotto del modulo di un vettore per la componente dell'altro vettore nella direzione del primo vettore

✧ Il prodotto scalare gode della proprietà commutativa $\vec{a} \bullet \vec{b} = \vec{b} \bullet \vec{a}$

Prodotto scalare

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$



Le componenti di $\vec{a}$ su $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$
sono la sua proiezione su
quegli asse
Quindi è il prodotto scalare
di $\vec{a}$ per il versore di
quell'asse!

$$a_x = |\vec{a}| * |\hat{x}| * \cos \phi$$

$$a_y = |\vec{a}| * |\hat{y}| * \sin \phi$$

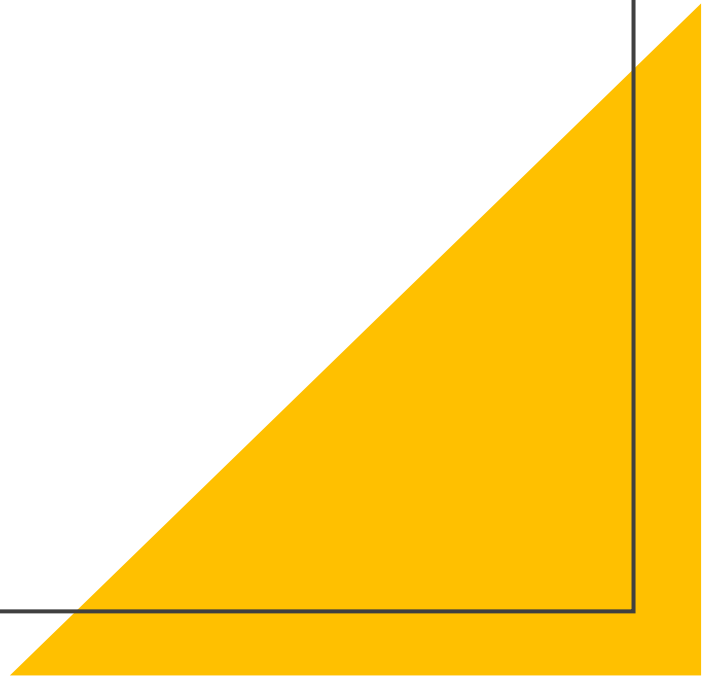
Il prodotto scalare può essere visto come il
prodotto del modulo di un vettore per la
componente dell'altro vettore nella direzione del
primo vettore

Prodotto scalare

$$\vec{a} = (a_x, a_y) \quad \vec{b} = (b_x, b_y)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \theta$$



Prodotto scalare

$$\vec{a} = (a_x, a_y) \quad \vec{b} = (b_x, b_y)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \theta$$

$$se \vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

Prodotto scalare

$$\vec{a} = (a_x, a_y) \quad \vec{b} = (b_x, b_y)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a \cdot b \cos \theta$$

$$se \vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = \hat{j} \cdot \hat{j} = \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = \hat{j} \cdot \hat{k} = \hat{i} \cdot \hat{k} = 0$$

Prodotto scalare

$$\vec{a} \bullet \vec{a} = a a \cos \phi = a^2 \cos 0 = a^2$$

$$\vec{a}^2 = \vec{a} \bullet \vec{a} = a^2 = |\vec{a}|^2$$

$\hat{x} \bullet \hat{x} = 1$	$\hat{y} \bullet \hat{y} = 1$	$\hat{z} \bullet \hat{z} = 1$
$\hat{x} \bullet \hat{y} = \hat{y} \bullet \hat{x} = 0$	$\hat{x} \bullet \hat{z} = \hat{z} \bullet \hat{x} = 0$	$\hat{y} \bullet \hat{z} = \hat{z} \bullet \hat{y} = 0$

$$\vec{a} \bullet \vec{b} = (a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}) \bullet (b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}) =$$

$$= a_x b_x (\hat{x} \bullet \hat{x}) + a_x b_y (\hat{x} \bullet \hat{y}) + a_x b_z (\hat{x} \bullet \hat{z}) +$$

$$+ a_y b_x (\hat{y} \bullet \hat{x}) + a_y b_y (\hat{y} \bullet \hat{y}) + a_y b_z (\hat{y} \bullet \hat{z}) +$$

$$+ a_z b_x (\hat{z} \bullet \hat{x}) + a_z b_y (\hat{z} \bullet \hat{y}) + a_z b_z (\hat{z} \bullet \hat{z}) =$$

$$= a_x b_x (1) + 0 + 0 +$$

$$+ 0 + a_y b_y (1) + 0 +$$

$$+ 0 + 0 + a_z b_z (1) =$$

$$= a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

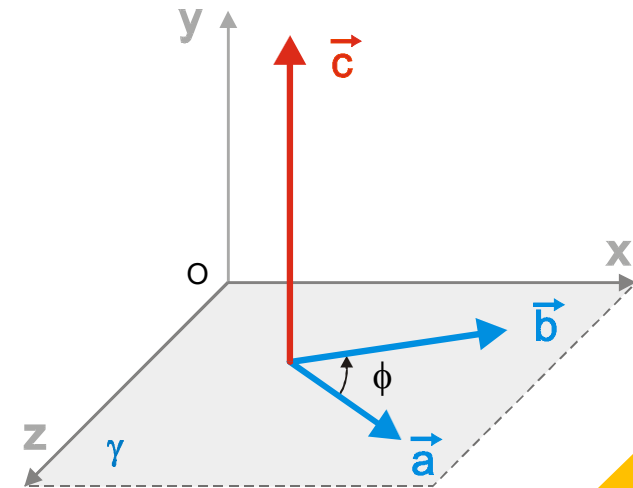
$$\vec{a} \bullet \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

Prodotto vettoriale

Due vettori possono essere moltiplicati fra loro in modo da produrre un nuovo vettore. Tale operazione viene detta **prodotto vettoriale**.
Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, il loro prodotto vettoriale, indicato come

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$c = ab \sin \phi$$



Prodotto vettoriale

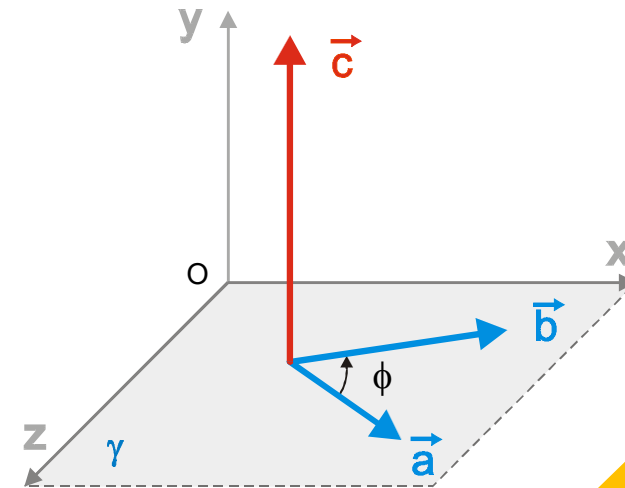
Due vettori possono essere moltiplicati fra loro in modo da produrre un nuovo vettore. Tale operazione viene detta **prodotto vettoriale**.
Dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$, il loro prodotto vettoriale, indicato come

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$c = ab \sin \phi$$

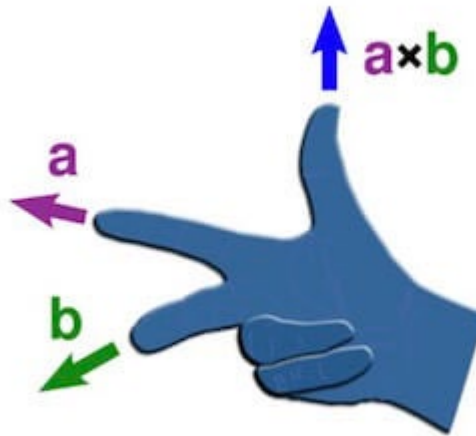
ha per risultato un vettore $\vec{c}$ che ha:

- modulo c uguale al prodotto aritmetico dei moduli (a e b) dei due vettori per il seno dell'angolo ϕ formato dai due vettori: $c = a b \sin \phi$
- direzione perpendicolare al piano γ individuato dai due vettori (nell'esempio γ coincide con il piano xz)
- verso tale che ad esso appaia levogiro (antiorario) il senso in cui deve ruotare nel piano γ il primo vettore per sovrapporsi al secondo vettore con una rotazione di ampiezza non superiore a 180° .



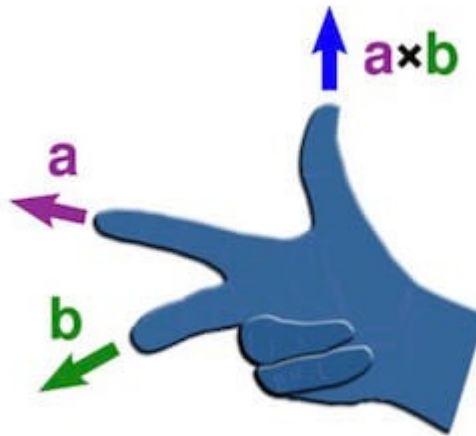
Regola della mano destra

Per determinare la direzione e il verso del prodotto vettoriale si utilizza la regola della mano destra (indice – primo vettore e medio sul secondo vettore → il pollice dà la somma)



Regola della mano destra

Per determinare la direzione e il verso del prodotto vettoriale si utilizza la regola della mano destra (indice – primo vettore e medio sul secondo vettore → il pollice dà la somma)



Proprietà anticommutativa

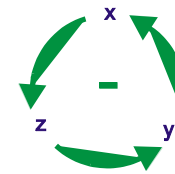
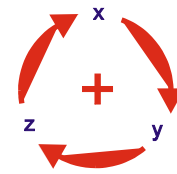
$$\vec{b} \times \vec{a} = -(\vec{a} \times \vec{b})$$

Per definizione di prodotto vettoriale si ha inoltre che: $\vec{a} \times \vec{a} = 0 \quad \forall \vec{a}$

Prodotto vettoriale

Dalla definizione di prodotto vettoriale segue che i prodotti vettoriali tra i versori degli assi danno come risultato:

$\hat{x} \times \hat{x} = 0$	$\hat{y} \times \hat{y} = 0$	$\hat{z} \times \hat{z} = 0$
$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$	$\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$	$\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$
$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$	$\hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y}$	$\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$



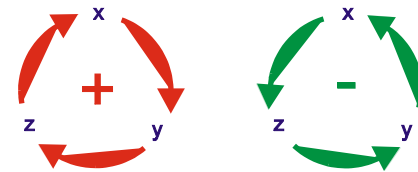
$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

Prodotto vettoriale

Dalla definizione di prodotto vettoriale segue che i prodotti vettoriali tra i versori degli assi danno come risultato:

$\hat{x} \times \hat{x} = 0$	$\hat{y} \times \hat{y} = 0$	$\hat{z} \times \hat{z} = 0$
$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}$	$\hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$	$\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$
$\hat{y} \times \hat{x} = -\hat{z}$	$\hat{x} \times \hat{z} = -\hat{y}$	$\hat{z} \times \hat{y} = -\hat{x}$



$$\hat{i} \times \hat{i} = \hat{j} \times \hat{j} = \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

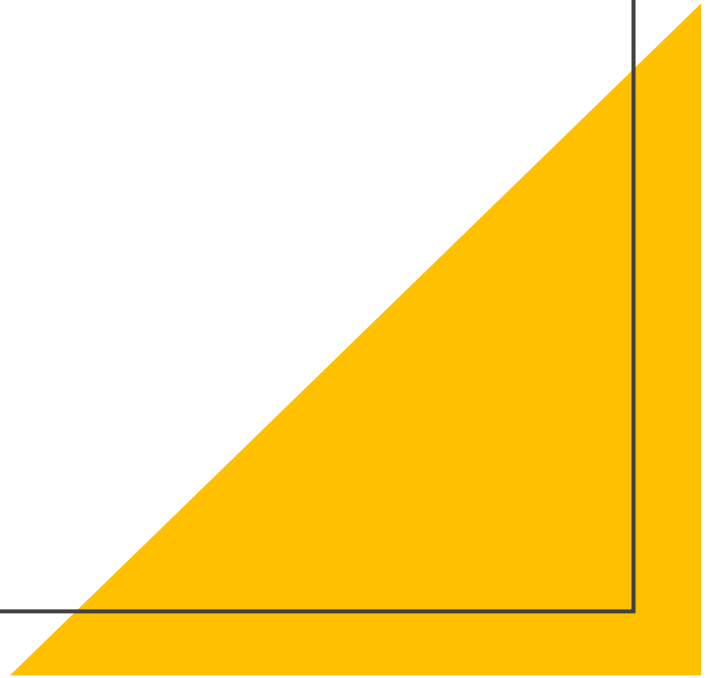
$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \quad \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \quad \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

◆ Il prodotto vettoriale tra due vettori si esplicita in funzione delle componenti cartesiane:

$$\begin{aligned}
 \vec{a} \times \vec{b} &= (a_x \hat{x} + a_y \hat{y} + a_z \hat{z}) \times (b_x \hat{x} + b_y \hat{y} + b_z \hat{z}) = \\
 &= a_x b_x (\hat{x} \times \hat{x}) + a_x b_y (\hat{x} \times \hat{y}) + a_x b_z (\hat{x} \times \hat{z}) + \\
 &+ a_y b_x (\hat{y} \times \hat{x}) + a_y b_y (\hat{y} \times \hat{y}) + a_y b_z (\hat{y} \times \hat{z}) + \\
 &+ a_z b_x (\hat{z} \times \hat{x}) + a_z b_y (\hat{z} \times \hat{y}) + a_z b_z (\hat{z} \times \hat{z}) = \\
 &= 0 + a_x b_y (\hat{z}) + a_x b_z (-\hat{y}) + \\
 &+ a_y b_x (-\hat{z}) + 0 + a_y b_z (\hat{x}) + \\
 &+ a_z b_x (\hat{y}) + a_z b_y (-\hat{x}) + 0 = \\
 &= (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}
 \end{aligned}$$

Prodotto vettoriale

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}$$



Prodotto vettoriale

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}$$

- ◆ Questo risultato può essere scritto in una forma mnemonica più conveniente, sotto forma di determinante:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \hat{x} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} + \hat{y} \begin{vmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{vmatrix} + \hat{z} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

Prodotto vettoriale

$$\vec{a} \times \vec{b} = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{x} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{y} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{z}$$

- ◆ Questo risultato può essere scritto in una forma mnemonica più conveniente, sotto forma di determinante:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \hat{x} \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} + \hat{y} \begin{vmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{vmatrix} + \hat{z} \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

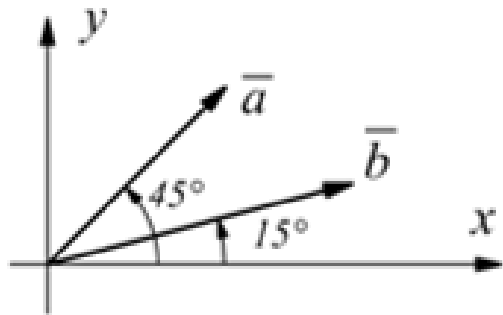
- ❖ NOTA: La divisione tra vettori $\frac{\vec{a}}{\vec{b}}$ non è definita.
Infatti, dati due vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$ esistono infiniti vettori $\vec{c}$ che soddisfano l'equazione
$$\vec{a} = \vec{b} \times \vec{c}$$

Esercizi vettori

Considerando che

$$|\mathbf{a}|=4 \quad \angle \mathbf{a}=45^\circ$$

$$|\mathbf{b}|=5 \quad \angle \mathbf{b}=15^\circ$$



I) Calcola le componenti dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

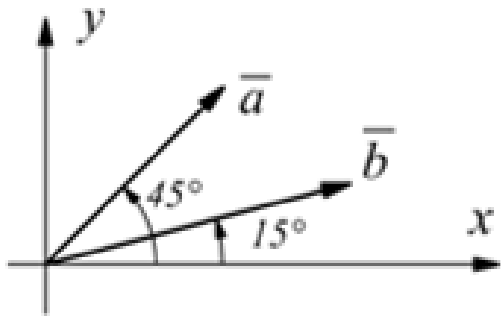
II) Calcola il modulo del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$.

Esercizi vettori

Considerando che

$$|a|=4 \quad \angle a=45^\circ$$

$$|b|=5 \quad \angle b=15^\circ$$



$$a_x = |a| \cos \theta = 4 \cdot 0,707 = 2,828$$

$$a_y = |a| \sin \theta = 4 \cdot 0,707 = 2,828$$

$$b_x = |b| \cos \theta = 5 \cdot 0,965 = 4,829$$

$$b_y = |b| \sin \theta = 5 \cdot 0,258 = 1,294$$

I) Calcola le componenti dei vettori $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

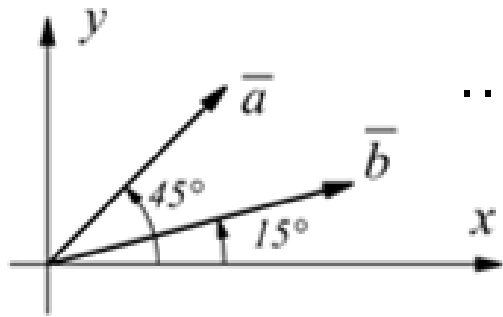
II) Calcola il modulo del prodotto vettoriale $\vec{a} \times \vec{b}$.

Esercizi vettori

Considerando che

$$|\mathbf{a}|=4 \quad \angle \mathbf{a}=45^\circ$$

$$|\mathbf{b}|=5 \quad \angle \mathbf{b}=15^\circ$$



$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{bmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{bmatrix}$$

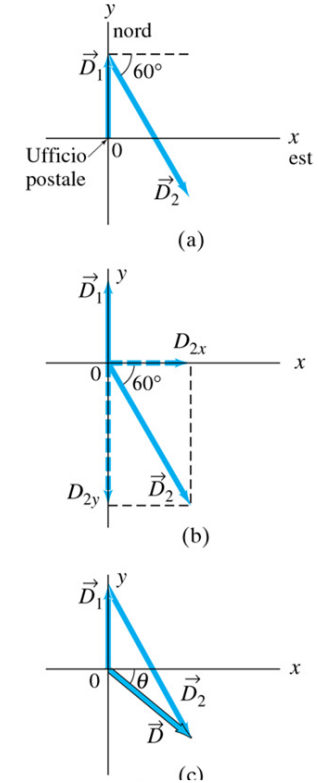
$$\dots = (a_y b_z - a_z b_y) \hat{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \hat{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \hat{k} = \dots = -10 \hat{k}$$

I) Calcola le componenti dei vettori $\mathbf{a}$ e $\mathbf{b}$.

II) Calcola il modulo del prodotto vettoriale $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

Esercizi vettori

Un maldestro postino di campagna lascia l'ufficio postale e guida per 22.0 km in direzione nord, quindi prosegue in direzione 60.0° sud rispetto ad est per 47.0 km verso un'altra città. Qual è il suo spostamento complessivo rispetto all'ufficio postale?



Esercizi vettori

Un maldestro postino di campagna lascia l'ufficio postale e guida per 22.0 km in direzione nord, quindi prosegue in direzione 60.0° sud rispetto ad est per 47.0 km verso un'altra città. Qual è il suo spostamento complessivo rispetto all'ufficio postale?

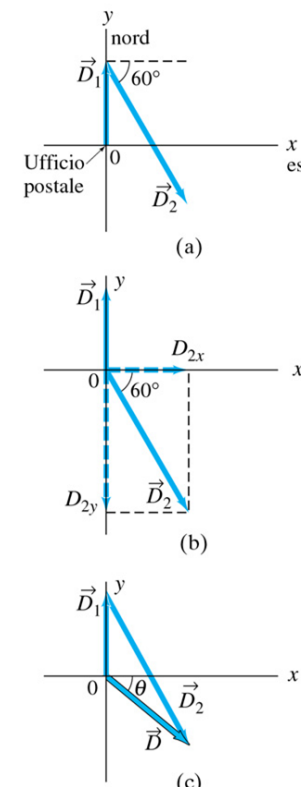
$$\vec{D}_1 \begin{cases} D_{1x} = 0 \text{ km} \\ D_{1y} = 22.0 \text{ km} \end{cases}$$

$$\vec{D}_2 \begin{cases} D_{2x} = (47.0 \text{ km})(\cos 60^\circ) = (47.0 \text{ km})(0.500) = 23.5 \text{ km} \\ D_{2y} = (47.0 \text{ km})(\sin 60^\circ) = -(47.0 \text{ km})(0.866) = -40.7 \text{ km} \end{cases}$$

$$\vec{D} \begin{cases} D_x = D_{1x} + D_{2x} = 0 \text{ km} + 23.5 \text{ km} = +23.5 \text{ km} \\ D_y = D_{1y} + D_{2y} = 22.0 \text{ km} + (-40.7 \text{ km}) = -18.7 \text{ km} \end{cases}$$

$$D = \sqrt{D_x^2 + D_y^2} = \sqrt{(23.5 \text{ km})^2 + (-18.7 \text{ km})^2} = 30.0 \text{ km}$$

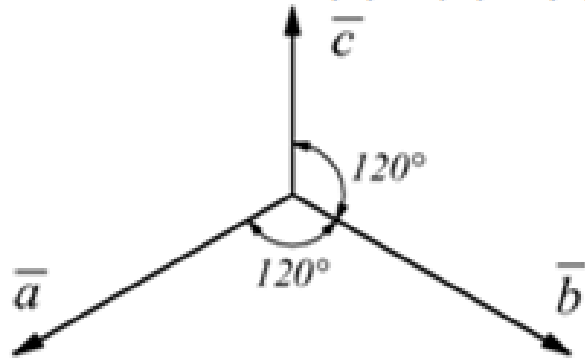
$$\tan \theta = \frac{D_y}{D_x} = \frac{-18.7 \text{ km}}{23.5 \text{ km}} = -0.796 \rightarrow \theta = \arctan(-0.796) = -38.5^\circ$$



Esercizi vettori

I tre vettori disegnati differiscono reciprocamente di un angolo di 120° .

Hanno modulo $|\vec{a}|=8$ $|\vec{b}|=8$ $|\vec{c}|=4$.

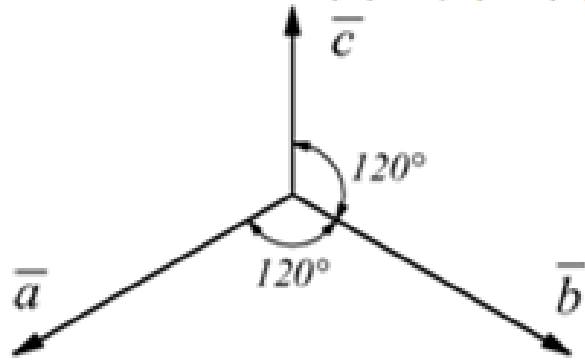


Determina la risultante.

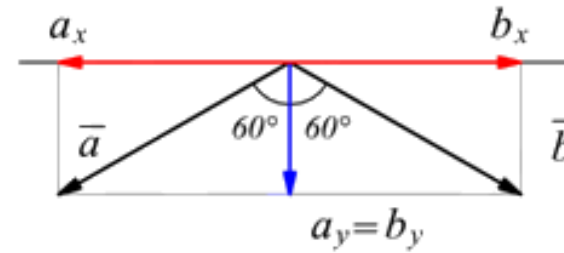
Esercizi vettori

I tre vettori disegnati differiscono reciprocamente di un angolo di 120° .

Hanno modulo $|\vec{a}|=8$ $|\vec{b}|=8$ $|\vec{c}|=4$.



Determina la risultante.



$$a_x + b_x = 0$$

$$a_y = b_y = 8\cos 60^\circ = 4$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) = -8\hat{c}$$

$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 4\hat{c} - 8\hat{c} = -4\hat{c}$$

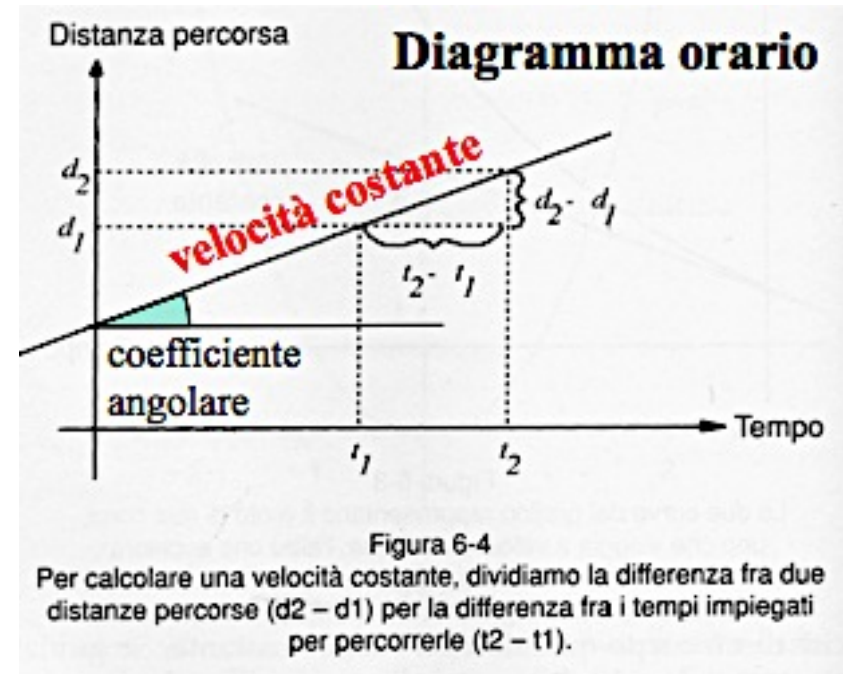
Vettori e cinematica 2D

velocità costante: moto uniforme

$$v(t) = v_0 = \text{cost} \rightarrow a(t) = 0$$

Equazione del moto uniforme:

$$x(t) = x_0 + v_0 t$$



accelerazione costante: moto uniformemente accelerato

$$a(t) = a_0 = \text{cost} \rightarrow ?$$

Vettori e cinematica 2D

accelerazione costante: moto uniformemente accelerato

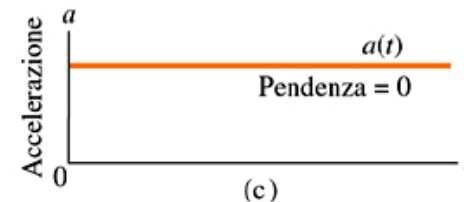
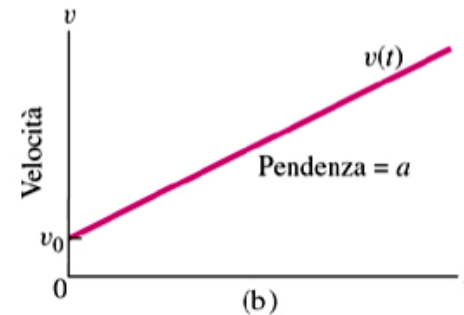
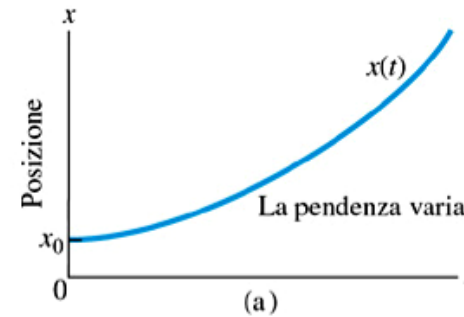
$$a(t) = a_0 = \text{cost}$$

equazioni del moto uniformemente accelerato

$$v(t) = v_0 + at$$

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$



Es. Moto uniformemente accelerato unidimensionale



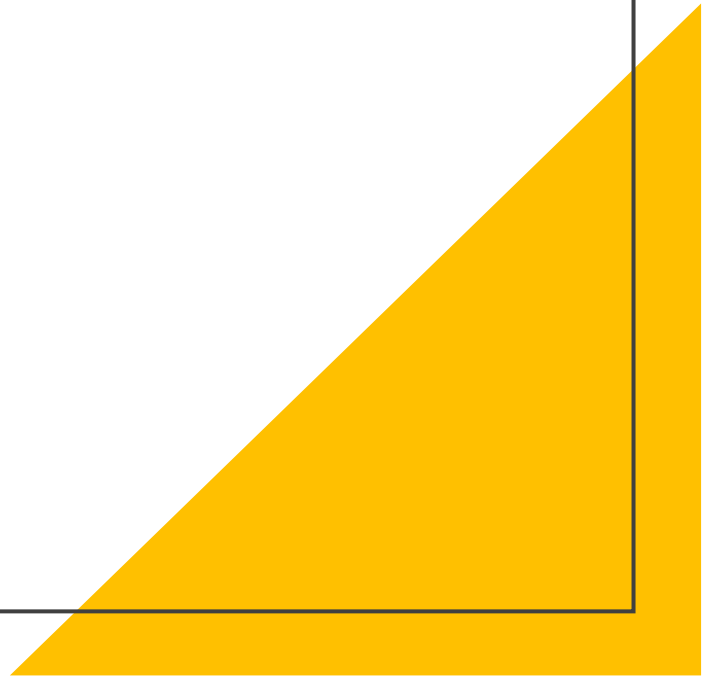
In assenza di resistenze l'accelerazione di gravità g è effettivamente indipendente dalle caratteristiche dell'oggetto che cade (massa, densità, forma, etc.)
Al livello del mare $g = 9.8 \text{ m/s}^2$



E sulla Luna?

Esercizio

Con la vostra auto uscite di casa e percorrete una strada rettilinea per 5,2 km alla velocità 43 km/h, quando improvvisamente restate senza benzina. A piedi raggiungete il distributore più vicino, distante 1,2 km, camminando per 27 minuti. Qual è stata la vostra velocità media sul percorso completo casa-distributore?



Esercizio

Con la vostra auto uscite di casa e percorrete una strada rettilinea per 5,2 km alla velocità 43 km/h, quando improvvisamente restate senza benzina. A piedi raggiungete il distributore più vicino, distante 1,2 km, camminando per 27 minuti. Qual è stata la vostra velocità media sul percorso completo casa-distributore?

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Delta x = 5,2km + 1,2km = 6,4km$$



$$\bar{v} = \frac{6,4km}{0,57h} = 11,2 km/h$$

$$\Delta t = \frac{5,2km}{43 km/h} + 27min = 0,57h$$