Prof.ssa Roberta Spartà

Corso Zero Fisica

La **fisica** (τὰ φυσικά, «cose naturali» - φύσις)

Treccani: Scienza rivolta a fornire una descrizione razionale di quelli tra i fenomeni naturali che sono suscettibili di sperimentazione e che implicano grandezze misurabili (non comprendendo peraltro i fenomeni chimici, biologici, geologici, che sono oggetto di altre scienze)

La **fisica** (τὰ φυσικά, «cose naturali» - φύσις)

Treccani: Scienza rivolta a fornire una descrizione razionale di quelli tra i fenomeni naturali che sono suscettibili di sperimentazione e che implicano grandezze misurabili (non comprendendo peraltro i fenomeni chimici, biologici, geologici, che sono oggetto di altre scienze)

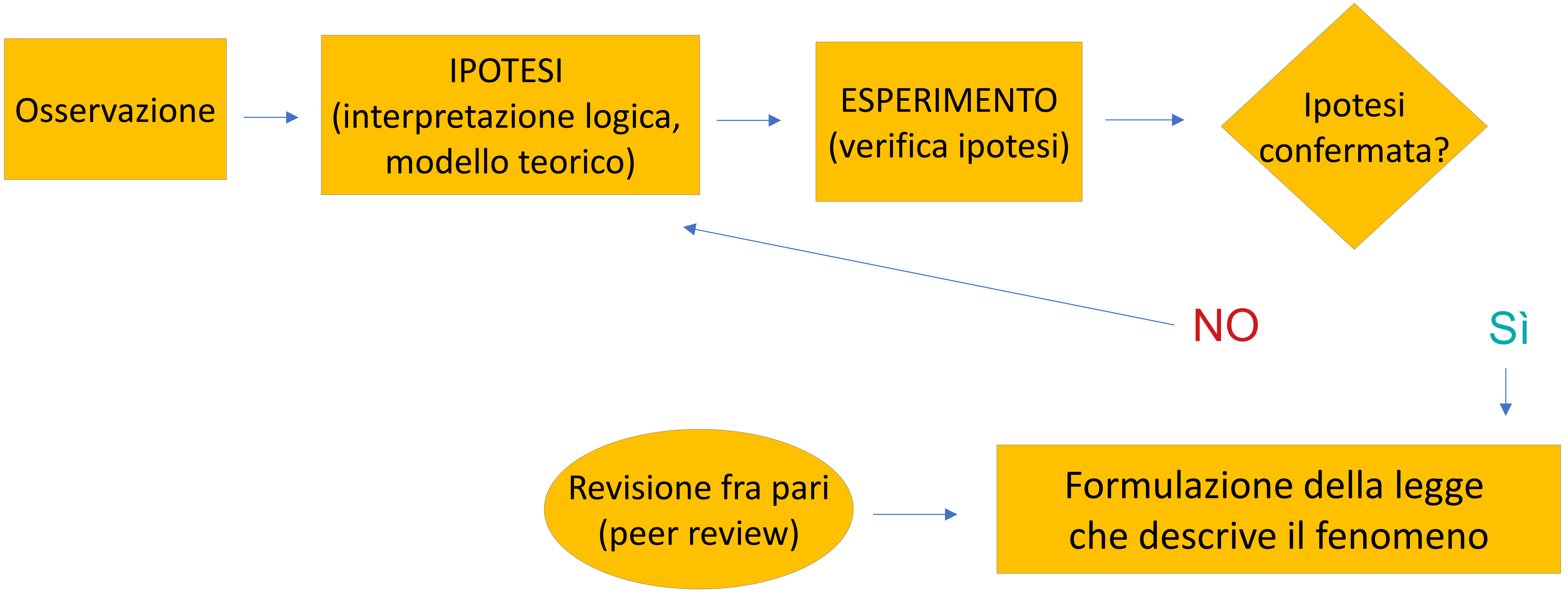
Compito principale della fisica è ricercare e comprendere le leggi fondamentali della natura dalle quali dipendono tutti i fenomeni

- La fisica si occupa dello studio delle leggi che regolano i processi naturali
- Ha l’obbiettivo di trovare e formulare sia le leggi del moto di corpi macroscopici che le intime leggi che regolano le interazioni tra i componenti microscopici
- Le leggi sono espresse da formule matematiche
- La fisica è quindi una scienza **quantitativa**
- La fisica è anche una scienza **sperimentale!**
- Infatti si basa sulla **misura delle grandezze fisiche e sulla riproducibilità dei risultati** degli esperimenti (***metodo sperimentale).*** Ogni osservazione, per avere un valore scientifico, deve poter essere riprodotta sperimentalmente!!
- Un modello e/o una teoria fisica, per avere valore scientifico, deve essere messa

a confronto con le osservazioni sperimentali quantitative!!

Fisica, scienza sperimentale

- Osservazione ed esperimenti
- Riproducibilità degli esperimenti
- Metodo Scientifico



Metodo Scientifico

Per studiare la natura utilizziamo le grandezze fisiche → quantità misurabili

Tipi di grandezze fisiche 1/2

Le grandezze fisiche dimensionate sono completamente individuate quando si dà:

il nome della specie (ad esempio: accelerazione)
il nome del numero che ne è la misura (ad esempio: 5.03)
il nome dell’unità di misura (ad esempio m/s^2).

Per specificare una grandezza fisica dimensionata occorre indicare i tre suddetti nomi.
Ad esempio, volendo specificare un'accelerazione occorre adoperare un frase del tipo: …
un’accelerazione di 5.03 m/s^2 ..

Per studiare la natura utilizziamo le grandezze fisiche → quantità misurabili

Tipi di grandezze fisiche 1/2

Le grandezze fisiche dimensionate sono completamente individuate quando si dà:

il nome della specie (ad esempio: accelerazione)
il nome del numero che ne è la misura (ad esempio: 5.03)
il nome dell'unità di misura (ad esempio m/s^2).

Per specificare una grandezza fisica dimensionata occorre indicare i tre suddetti nomi.
Ad esempio, volendo specificare un'accelerazione occorre adoperare un frase del tipo: … un'accelerazione di 5.03 m/s^2 ..

Le grandezze fisiche adimensionate sono completamente individuate quando si dà:

il nome della specie (ad esempio: rendimento)
il nome del numero che ne è la misura (ad esempio: 0.41)

Per specificare una grandezza fisica adimensionata occorre indicare i due suddetti nomi.
Ad esempio, volendo specificare un'accelerazione occorre adoperare un frase del tipo: … un rendimento di 0.41 ...

Tipi di grandezze fisiche 2/2

Grandezze fisiche **fondamentali**:

- Lunghezza
- Tempo
- Massa
- Temperatura
- Corrente elettrica
- Quantità di sostanza
- Intensità luminosa

Tipi di grandezze fisiche 2/2

Grandezze fisiche **fondamentali**:

- Lunghezza
- Tempo
- Massa
- Temperatura
- Corrente elettrica
- Quantità di sostanza
- Intensità luminosa

Grandezze fisiche **derivate** - Ottenute da una combinazione di grandezze fisiche fondamentali
Ad esempio:

- Forza
- Energia
- Potenza
- Capacità
- Velocità (da tempo e lunghezza) (n.b.: oggi la lunghezza è derivata da ”c”)

La misura

La misurazione di ogni grandezza presuppone la definizione di una unità di misura e un ***campione al quale fare riferimento.***

La scelta di una data unità di misura è libera, ma è bene che tutti concordino che la scelta sia sensata e pratica.
Il campione di un'unità di misura deve essere ***invariabile e accessibile****. La necessità di precisione richiede prima di tutto che il campione sia invariabile; si cerca quindi di rendere il campione facilmente accessibile.*

Nel 1971 la 14° Conferenza Generale dei Pesi e delle Misure ha selezionato **7 grandezze fisiche** come ***fondamentali che costituiscono la base del Sistema Internazionale (SI) di unità.***

Grandezza fisica	Simbolo della grandezza fisica	Nome dell'unità SI	Simbolo dell'unità SI
Intensità di corrente elettrica	I, i	ampere	A
Intensità luminosa	I_v	candela	cd
Lunghezza	l, x, r, ...	metro	m
Massa	m	chilogrammo	kg
Quantità di sostanza	n	mole	mol
Temperatura termodinamica	T	kelvin	K
Intervallo di tempo	t	secondo	s

Grandezza fisica è ogni ente utile per la descrizione dei fenomeni fisici e suscettibile di definizione operativa, cioè di misurazione

La DEFINIZIONE OPERATIVA di una grandezza fisica deve indicare implicitamente o esplicitamente il modo di misurare la grandezza in questione e molto spesso consiste in un vero e proprio elenco di operazioni fisiche e matematiche da compiere.

Misurare una grandezza fisica significa associare ad essa:

- un “numero”
- una “unità di misura”

Unità di misura di tempo

INTERVALLO TEMPORALE

(DATA)

- In passato rotazione terrestre (non costante!)
- Orologi al quarzo (oscillazione)
- Oggi : frequenza caratteristica radiazione atomo ^{133}Cs (GPS funziona così)

Unità di misura di lunghezza

In passato lunghezza di una barra a 0°C blabla…

Oggi il metro è la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di 1/c secondi - $c = 299792458$ m/s

es.: 1 a.l. = $9{,}46 \times 10^{15}$ m

Unità di misura di massa

Peso di un litro di H_2O distillata…

Fino al 2019: la massa di un cilindro di altezza=diametro=4 cm di platino-iridiodepositato presso l'Ufficio internazionale dei pesi e delle misure a Sèvres, in Francia.

Oggi attraverso la costante di Planck
1kg≈$4{,}595 \times 10^7$ mP

$$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} \approx 1{,}2209 \times 10^{28}\ \mathrm{eV/c^2} = 21{,}76\ \mu\mathrm{g}$$

In Fisica (sub-)nucleare si utilizza l’elettronvolt ($E=mc^2$) o l’unità di massa atomica (1/12 della massa dell’atomo di carbonio)

$1\ \mathrm{u} = 1{,}661 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

Unità di misura della quantità di materia

Una mole di ^{12}C contiene N_a atomi di ^{12}C e ha massa di 12 grammi

Oggi: la mole è definita come la quantità di sostanza che contiene esattamente N_a entità fondamentali

$N_a = 6{,}02214199 \cdot 10^{23}$ atomi/mole

SISTEMA INTERNAZIONALE [SI]

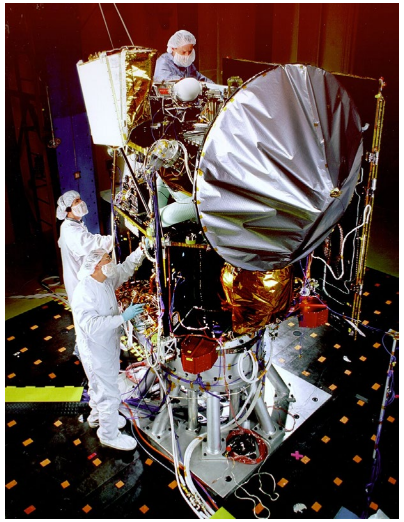
grandezze fondamentali

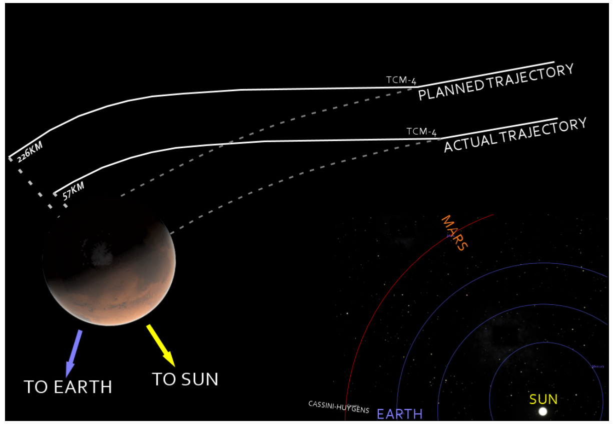
LUNGHEZZA **metro (m)**	[1983]	Il metro è la lunghezza della traiettoria percorsa dalla luce in un intervallo di tempo pari a 1 / 299 792 458 di secondo
		In Italia il metro è attuato mediante il campione dell'Istituto di Metrologia Gustavo Colonnetti del C.N.R. di Torino.
MASSA **kilogrammo (kg)**	[1889]	Massa del prototipo internazionale conservato al Pavillon de Breteuil a Sèvres (Paris)
		In Italia il campione del kilogrammo è conservato presso il Ministero dell'Industria, del Commercio e dell'Artigianato (Servizio Metrico) a Roma.
TEMPO **secondo (s)**	[1967]	Intervallo di tempo che contiene 9 192 631 770 periodi della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di Cesio 133
		In Italia il secondo è attuato mediante il campione dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale "Galileo Ferraris" di Torino.
INTENSITÀ DI CORRENTE ELETTRICA **ampere (A)**	[1948]	Intensità di corrente elettrica che mantenuta costante in due conduttori rettilinei, paralleli, di lunghezza infinita, di sezione circolare trascurabile e posti alla distanza di un metro l'uno dall'altro nel vuoto produce la forza di 2 10^7 N su ogni metro di lunghezza
		In Italia l'ampere è attuato mediante il campione dell'Istituto Elettrotecnico Nazionale "Galileo Ferraris" di Torino.
TEMPERATURA TERMODINAMICA **kelvin (K)**	[1957]	Frazione 1 / 273.16 della temperatura termodinamica del punto triplo dell'acqua
		In Italia la scala termodinamica delle temperature è attuata mediante i campioni dell'Istituto di Metrologia Gustavo Colonnetti del C.N.R. a Torino.

grandezze supplementari

ANGOLO PIANO **radiante (rad)**		Angolo piano al centro che su una circonferenza intercetta un arco di lunghezza uguale a quella del raggio
ANGOLO SOLIDO **steradiante (sr)**		Angolo solido al centro che su una sfera intercetta una calotta di area uguale a quella del quadrato il cui lato ha lunghezza uguale a quella del raggio.
QUANTITÀ DI SOSTANZA **mole (mol)**	[1971]	Quantità di sostanza di un sistema che contiene tante unità elementari quanti sono gli atomi in 0.012 kg di Carbonio 12.
		Le quantità elementari devono essere specificate e possono essere atomi, molecole, ioni, elettroni, ecc. ovvero gruppi specificati di tali particelle

Sistema britannico e il satellite NASA andato perduto...





1999: il Mars Climate Orbiter venne distrutto quando, invece di posizionarsi a un'altezza di 140—150 km dalla superficie di Marte, si inserì nell'atmosfera marziana a un'altezza di soli 57 km.

La sonda venne distrutta dagli stress causati dall'attrito presente a quella altezza con l'atmosfera.

Si scoprì che alcuni dati erano stati calcolati a Terra in base all'unità di misura del Sistema consuetudinario statunitense (libbra-forza secondi), e riferiti al team di navigazione, che invece si aspettava i dati espressi in unità di misura del sistema internazionale (Newton secondi).

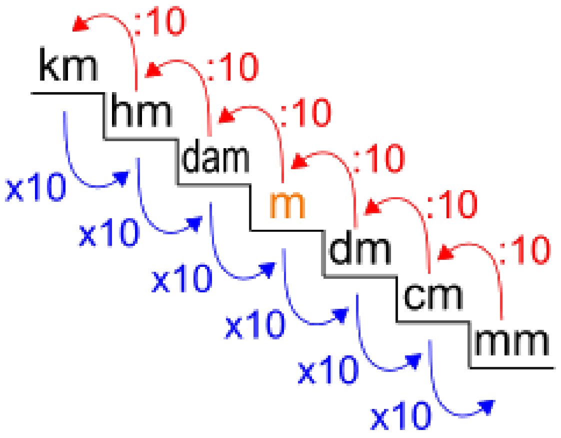
Il costo totale della missione, tra satellite e sonda sul terreno, fu di 328 milioni di dollari.

Nome	Chilometro	Ettometro	Decametro	Metro	Decimetro	Centimetro	Millimetro
Simbolo	Km	Hm	Dam	m	dm	cm	mm
A quanti metri corrisponde	1.000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
In potenze di 10	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

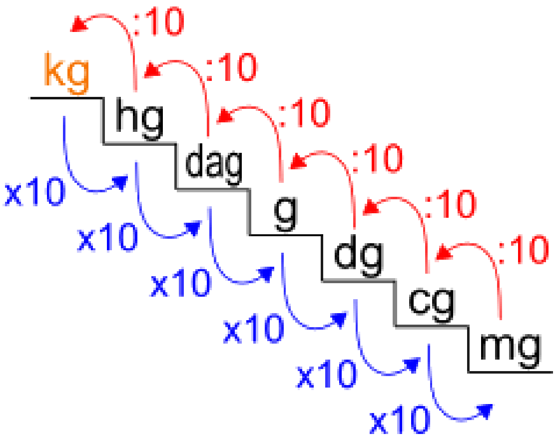
Nome	Chilogrammo	Ettogrammo	Decagrammo	Grammo	Decigrammo	Centigrammo	Milligrammo
Simbolo	Kg	hg	Dag	g	dg	cg	mg
A quanti grammi corrispon de	1.000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
In potenze di 10	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

Nome	Chilolitro	Ettolitro	Decalitro	Litro	Decilitro	Centilitro	Millilitro
Simbolo	KL	hL	DaL	L	dL	cL	mL
A quanti litri corrisponde	1.000	100	10	1	0,1	0,01	0,001
In potenze di 10	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

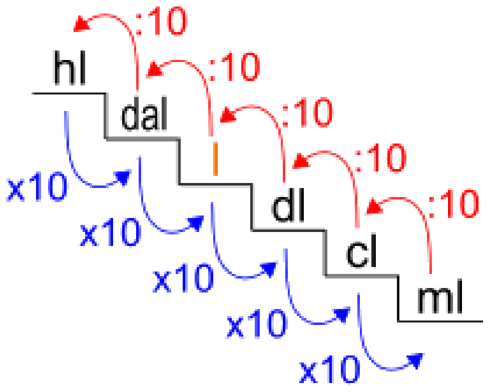
Misura di lunghezza



Misura di peso



Misura di capacità

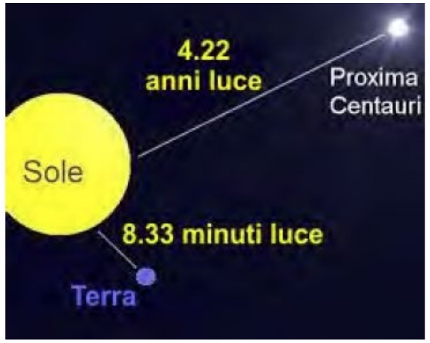


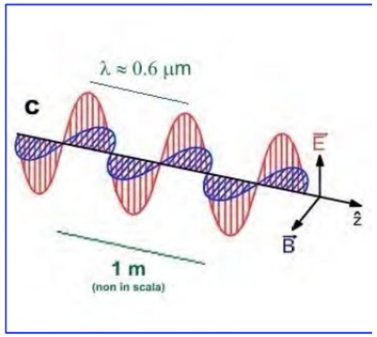
Nozione esponenziale e ordine di grandezza

In Fisica si ha a che fare con delle grandezze la cui misura è espressa da un numero molto grande o da un numero molto piccolo.
Consideriamo ad esempio la distanza dalla Terra della stella Proxima Centauri: usando la notazione classica si dovrebbe scrivere che tale distanza vale

d = 40000000000000000 m.

Un tale numero (un 4 seguito da sedici 0) è praticamente illeggibile e poco maneggevole per eseguire qualsivoglia operazione.
Analoghe difficoltà si hanno se si prende, ad esempio, in esame il tempo impiegato dalla luce a percorrere un metro: dovremmo scrivere t = 0.0000000033 s.





Nozione esponenziale e ordine di grandezza

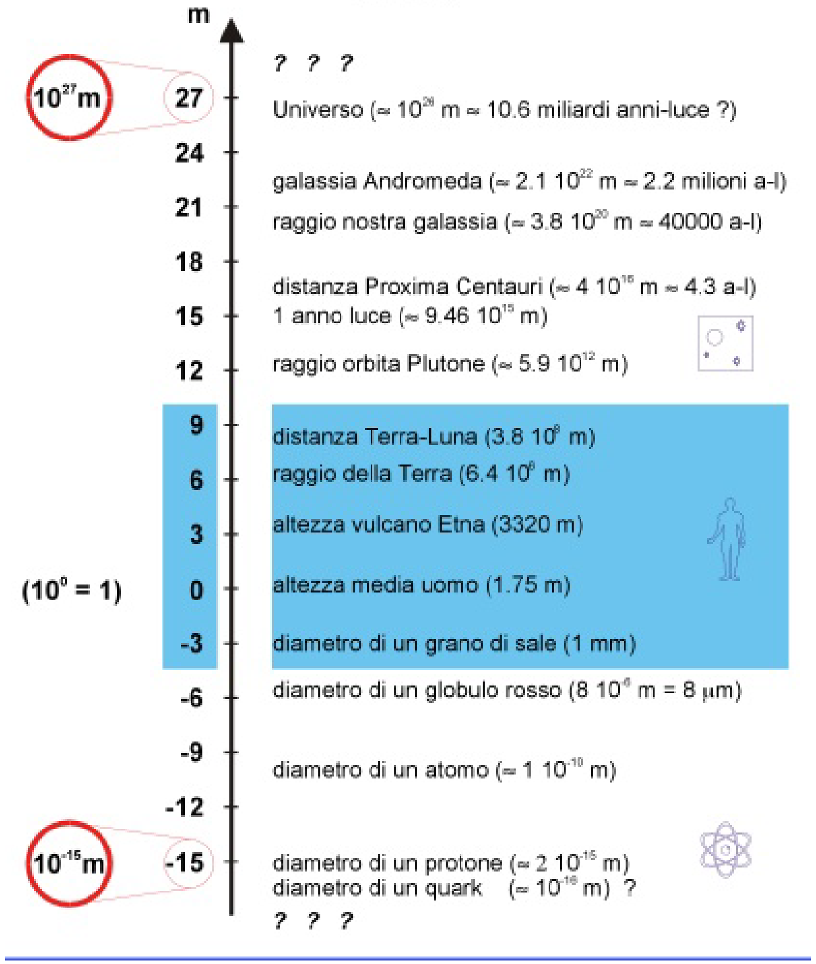
Per ovviare a tali problemi si preferisce rappresentare tali numeri (grandi o piccoli che siano) come un numero (detto mantissa) compreso tra 1 e 10 moltiplicato per una opportuna potenza del 10.
Adoperando questa notazione denominata *scientifica (o esponenziale)* i due succitati numeri d e t possono essere scritti nel seguente modo

$$d = 4\,\underbrace{0000000000000000}_{16\ \text{zeri}}\ \text{m} \Rightarrow d = 4.0\ 10^{16}\text{m}$$

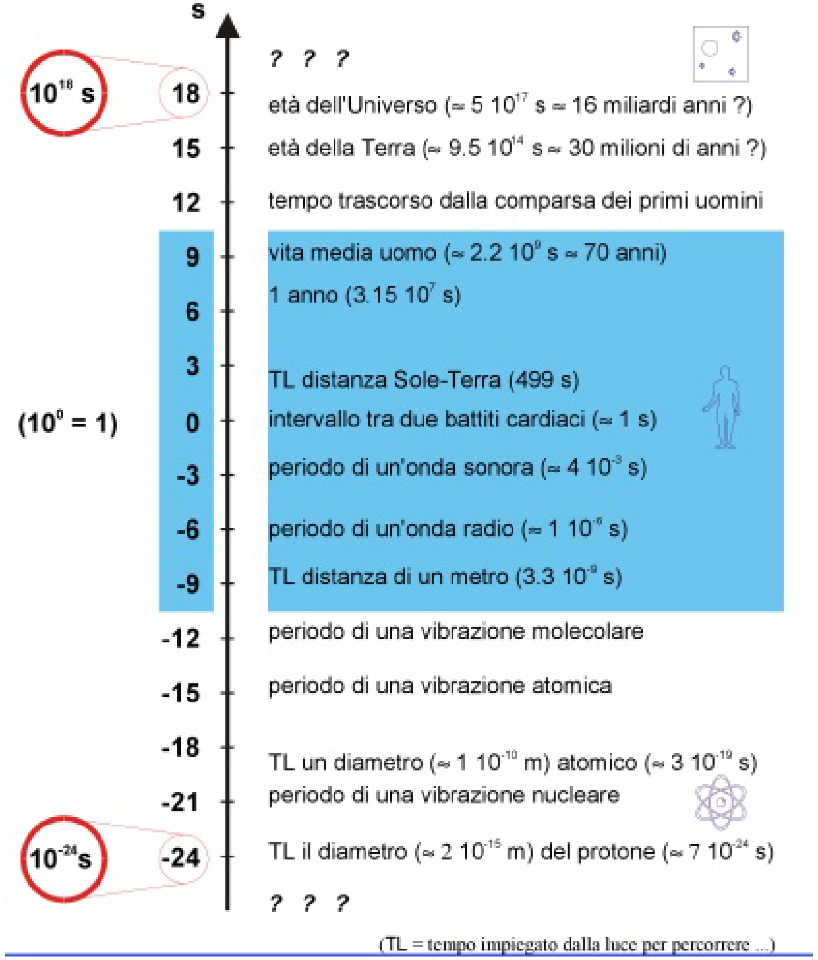
$$t = 0.\underbrace{00000000}_{8\ \text{zeri}}33\ \text{s} \Rightarrow t = 3.3\ 10^{-9}\ \text{s}$$

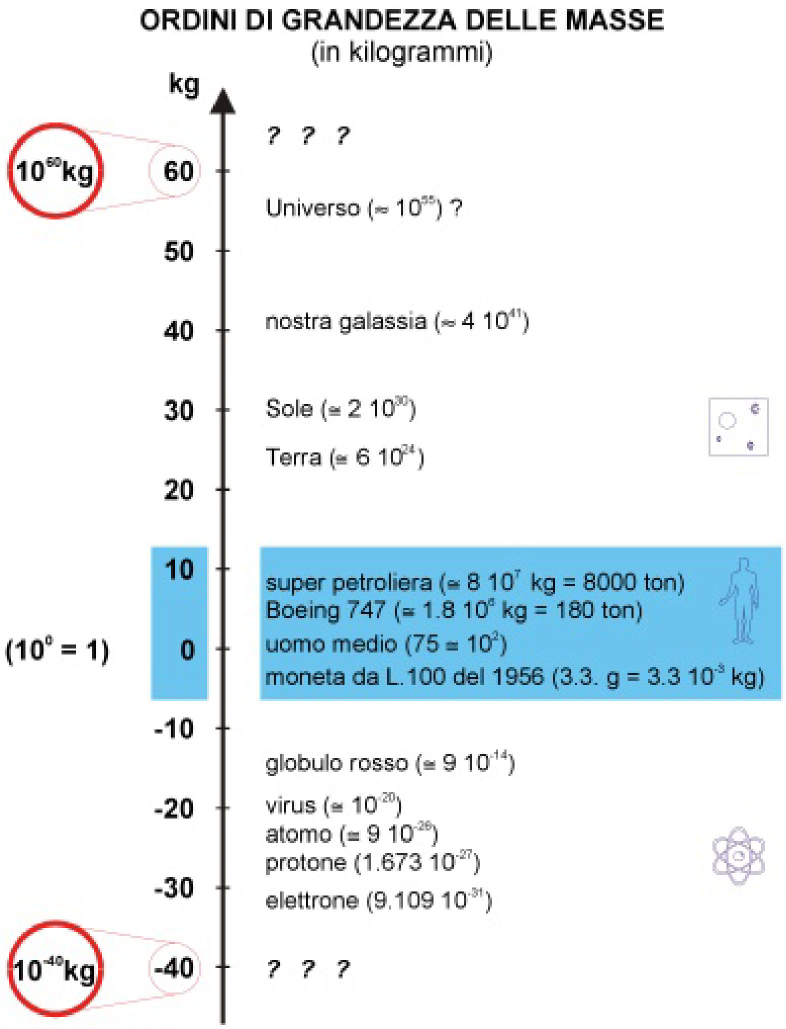
L'*ordine di grandezza* di un numero corrisponde alla sua potenza del 10 quando esso è espresso in notazione scientifica.

ORDINI DI GRANDEZZA DELLE LUNGHEZZE
(in metri)



ORDINI DI GRANDEZZA DEGLI INTERVALLI DI TEMPO
(in secondi)





	ORDINI DI GRANDEZZA
10^{-24} s < TEMPI < 10^{17} s	≈ 41
10^{-16} m < LUNGHEZZE < 10^{26} m	≈ 42
10^{-30} kg < MASSE < 10^{55} kg	≈ 85

Multipli e sottomultipli

Il S.I. codifica l'uso dei prefissi moltiplicativi secondo le potenze di 1000 (sono previsti anche i prefissi per multipli e sottomultipli per fattori 10 e 100)

Prefissi del Sistema Internazionale

10^n	Prefisso	Simbolo	Nome	Equivalente decimale
10^{24}	yotta	Y	Quadrilione	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta	Z	Triliardo	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	Trilione	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	Biliardo	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	Bilione	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	Miliardo	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	Milione	1 000 000
10^{3}	chilo	k	Mille	1 000
10^{2}	hecto	h	Cento	100
10^{1}	deca	da	Dieci	10
10^{0}			Uno	1
10^{-1}	deci	d	Decimo	0,1
10^{-2}	centi	c	Centesimo	0,01
10^{-3}	milli	m	Millesimo	0,001
10^{-6}	micro	µ	Milionesimo	0,000 001
10^{-9}	nano	n	Miliardesimo	0,000 000 001
10^{-12}	pico	p	Bilionesimo	0,000 000 000 001
10^{-15}	femto	f	Biliardesimo	0,000 000 000 000 001
10^{-18}	atto	a	Trilionesimo	0,000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zepto	z	Triliardesimo	0,000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	yocto	y	Quadrilionesimo	0,000 000 000 000 000 000 000 001

Esempi:

$1\ \text{km} = 10^3\ \text{m}$

$1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F}$

Cifre significative

	misura	*cifre significative*	*numero cifre significative*
1	a = 408 mm	4 0 8	3
2	b = 0.000408 m	4 0 8	3
3	c = 1.003 m	1 0 0 3	4
4	d = 4 m	4	1
5	e = 4.00 m	4 0 0	3

Nell'esprimere la misura di una grandezza fisica si adoperano dei numeri costituiti da cifre significative (sempre presenti) e da cifre non significative (non sempre presenti).

Una CIFRA SIGNIFICATIVA indica un valore numerico (0,1,2,3,4,5,6,7,8,9).

Una CIFRA NON SIGNIFICATIVA (0) serve invece unicamente per collocare correttamente il punto decimale e dare il giusto peso posizionale alle cifre significative.

	misura	*cifre significative*	*numero cifre significative*
1	a = 408 mm	4 0 8	3
2	b = 0.000408 m	4 0 8	3
3	c = 1.003 m	1 0 0 3	4
4	d = 4 m	4	1
5	e = 4.00 m	4 0 0	3

Nella (1) si hanno 3 cifre significative (4,0,8) e nessuna cifra non significativa.

La (1) indica che la lunghezza a è più vicina a 408 μm piuttosto che a 407 μm o a 409 μm, cioè: $407.5\ \mu m \leq a < 408.5\ \mu m$

	misura	*cifre significative*	*numero cifre significative*
1	a = 408 mm	4 0 8	3
2	b = 0.000408 m	4 0 8	3
3	c = 1.003 m	1 0 0 3	4
4	d = 4 m	4	1
5	e = 4.00 m	4 0 0	3

Nella (2) si hanno

3 cifre significative (4,0,8)

4 cifre non significative (i primi quattro 0) che servono a dare il giusto peso al 4, allo 0 ed all’8.

Queste quattro cifre non significative indicano che il 4 ha il peso di decimillesimi, lo 0 il peso di centomillesimi e l'8 il peso di milionesimi di metro. Cioè sono stati misurati i decimillesimi di m è si è ottenuto il valore 4, sono stati misurati i centomillesimi di m è si è ottenuto il valore 0, sono stati misurati i milionesimi di m è si è ottenuto il valore 8.

La (2) chiaramente è formalmente diversa dalla (1), ma sostanzialmente è identica in quanto fornisce le stesse informazioni della (1) in diverse unità di misura.

	misura	*cifre significative*	*numero cifre significative*
1	a = 408 mm	4 0 8	3
2	b = 0.000408 m	4 0 8	3
3	c = 1.003 m	1 0 0 3	4
4	d = 4 m	4	1
5	e = 4.00 m	4 0 0	3

La (4) indica che: $3.5\ \text{m} \leq d < 4.5\ \text{m}$
che si può anche scrivere: $d = (4.0 \pm 0.5)\ \text{m}$

Cioè la misura della grandezza fisica è stata stimata 4.0 m con un'incertezza o errore (assoluto) di ± 0.5 m.

La (5) indica che: $3.995\ \text{m} \leq e < 4.005\ \text{m}$
che si può scrivere: $e = (4.000 \pm 0.005)\ \text{m}$

Cioè la misura della grandezza fisica è stata stimata 4.000 m con un errore assoluto di ± 0.005 m.

in Fisica
(contrariamente che in Matematica)
i numeri 4 e 4.00 hanno due significati molto diversi!

Arrotondamento dei valori numerici

Arrotondamento per eccesso

– se la prima cifra del gruppo di cifre da eliminare è non inferiore a 5, cioè è: 5 6 7 8 9 si deve aumentare di una unità l'ultima cifra da mantenere per formare il numero arrotondato.

<u>Esempio I</u>

Arrotondare il numero 3.09790 a due sole cifre decimali.

$$3.09\overbrace{\underbrace{7}_{\text{prima cifra del gruppo da eliminare}}90}^{\text{gruppo da eliminare}} \cong 3.10$$

<u>Esempio II</u>

Arrotondare il numero 1.3500 ad una sola cifra decimale.

$$1.3\overbrace{\underbrace{5}_{\text{prima cifra del gruppo da eliminare}}00}^{\text{gruppo da eliminare}} \cong 1.4$$

Arrotondamento dei valori numerici

Norma U.N.I. 315-321 del 18/2/1935

Le regole da seguire nell'arrotondamento dei numeri sono:

- Arrotondamento per difetto
  - se la prima cifra del gruppo di cifre da eliminare è inferiore a 5, cioè è: 0 1 2 3 4 si deve lasciare inalterata l'ultima cifra da mantenere per formare il numero arrotondato.

<u>Esempio I</u> Arrotondare il numero 0.60496 a due sole cifre decimali.

$$0.60\overbrace{\underbrace{4}_{\text{prima cifra del gruppo da eliminare}}\;96}^{\text{gruppo da eliminare}} \cong 0.60$$

<u>Esempio II</u>

Arrotondare il numero 0.33339 ad una sola cifra decimale.

$$0.3\overbrace{\underbrace{3}_{\text{prima cifra del gruppo da eliminare}}\;339}^{\text{gruppo da eliminare}} \cong 0.3$$

ATTENZIONE

Gli arrotondamenti vanno sempre effettuati considerando complessivamente il gruppo delle cifre da eliminare e non operando con arrotondamenti successivi:

- 0.447 @ 0.45 @ 0.5 ERRATO !
- 0.447 @ 0.4 ESATTO

Dovendo effettuare diverse operazioni matematiche, l'eventuale arrotondamento va fatto solamente sul risultato **finale** di tutte le operazioni.

TEST

Calcolare la velocità di un oggetto che, muovendosi di moto rettilineo uniforme, percorre

$$\Delta x = 10.0 \text{ m in } \Delta t = 0.90 \text{ s}$$

Soluzione:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad v = \frac{10.0 \text{ m}}{0.90 \text{ s}} \cong 11 \text{ m/s}$$

Se, invece, avete trovato v = 11.111 111 11 m/s

vuol dire che state usando una stupida calcolatrice a dieci cifre o peggio ancora un telefonino,

SENZA AVERE CAPITO NIENTE DI QUESTO ARGOMENTO ! ! ! ! !

PER APPROFONDIRE….

http://www.educhimica.it/FERMILAB/ARTICOLI/00A_Cifre_Significative.pdf

L’analisi e la teoria degli errori

È la scienza che ha per oggetto lo studio e la valutazione dell’INCERTEZZA nella misura

La parola **ERRORE** in questo contesto non va intesa con il comune significato di “*SBAGLIO*” ma va intesa come **INCERTEZZA** sicuramente presente in tutte le misure

Nessuna misura, per quanta cura possa essere messa nella sua esecuzione, è libera da ERRORI

Obiettivo dell’Analisi e Teoria degli Errori è quello di valutare e calcolare gli ERRORI e ridurli al minimo possibile

Esempio di MISURA ed ERRORE

Da una stima visiva si può affermare che

“La lunghezza di un libro è circa 25 cm”

Questo significa che tale misura è certamente affetta da errore e che la lunghezza del libro potrebbe essere compresa tra 20 cm e 30 cm

Adoperando un righello graduato si potrebbe affermare che

“La lunghezza di questo libro è 22.1 cm”

Questo significa che tale misura è certamente più precisa della precedente, ma non significa che la lunghezza è 22.1000000 cm invece di 22.1000001 cm

Adoperando un interferometro laser si potrebbe affermare che

“La lunghezza di questo libro è 22.1234 cm”

Adoperando un ....

Questo procedimento potrebbe continuare e aumentare la PRECISIONE della misura, ma non si potrà mai valutare ESATTAMENTE la lunghezza del libro

Cioè non si potrà mai trovare LA (VERA) LUNGHEZZA DEL LIBRO, in quanto è una grandezza non ben definita

Si potrà misurare l'altezza del libro in vari modi ed adoperare le varie stime più o meno precise a secondo dei casi

Importanza della specificazione dell' ERRORE nelle misure

la velocità dell'auto investitrice è di **60** km/h con una precisione tale da poter affermare che l'intervallo possibile sia **55** - **65** (km/h)

la velocità dell'auto investitrice è di **60** km/h con una precisione tale da poter

affermare che l'intervallo possibile sia **45** - **75** (km/h)

ERRORI CASUALI

- Le incertezze sperimentali che possono essere rivelate e valutate ripetendo più volte le misure sono dette **ERRORI CASUALI**
  - Supponiamo di voler misurare il tempo impiegato da un corpo a cadere da 1 m per mezzo di un cronometro azionato manualmente

    Sicuramente sull'incertezza della misura influisce la variabilità dei tempi di reazione nell'azionare lo start e lo stop
  - Se i due tempi di reazione fossero uguali si annullerebbero a vicenda e non influirebbero sull'incertezza della misura
  - Il tempo di reazione nell'azionare lo start non è sicuramente uguale al tempo di reazione nell'azionare lo stop:
    - se il tempo di reazione allo start è maggiore, la misura sarà sottostimata
    - se il tempo di reazione allo start è minore, la misura sarà sovrastimata
  - Le due situazioni sono equiprobabili per cui le conseguenze sulla stima saranno CASUALI e avremo un certo numero si misure sottostimate ed un certo numero di misure sovrastimate
  - Questo tipo di errori possono essere ben stimati da un'analisi statistica dei dati

- <u>MISURE RIPETIBILI</u>

  Ad esempio misure di intervalli di tempo: il problema non consiste nella lettura del quadrante, ma nella variabilità dei tempi di reazione nell'azionare lo start e lo stop

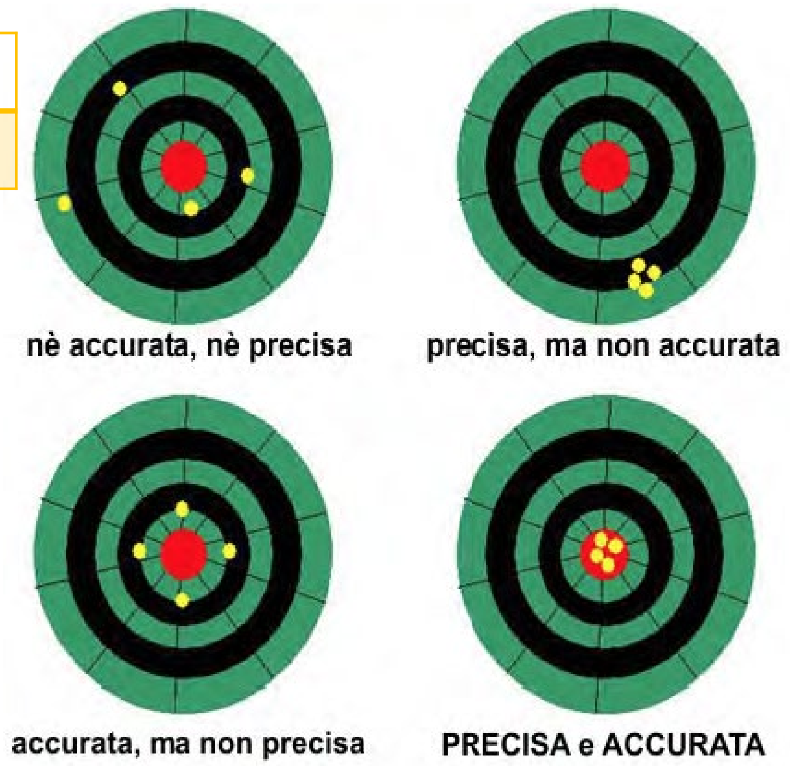
ERRORI SISTEMATICI

- Le incertezze sperimentali che non possono essere rivelate ripetendo più volte le misure sono dette **ERRORI SISTEMATICI**
  - Se nell'esempio precedente adoperiamo, senza saperlo, un cronometro difettoso che procede più velocemente, tutte le nostre misure saranno sovrastimate e la ripetizione della misura (con lo stesso cronometro) non permetterà mai di evidenziare tale problema
  - Le conseguenze di questo tipo di errore sulla stima saranno SISTEMATICHE e avremo tutte le misure (nel nostro esempio) sovrastimate
  - Questo tipo di errori provoca quindi sempre alterazioni della misura in un verso: avremo o sempre misure sovrastimate o sempre misure sottostimate
  - Questi errori NON possono essere ben stimati da un'analisi statistica dei dati

Precisione (err.casuali-ripetibilità) e accuratezza (err. sistematici-taratura) di una misura

Errori casuali	grandi
Errori sistematici	grandi

Errori casuali	piccoli
Errori sistematici	grandi



Errori casuali	grandi
Errori sistematici	piccoli

Errori casuali	piccoli
Errori sistematici	piccoli

Sensibilità di uno strumento:
La più piccola quantità apprezzabile di quella grandezza sullo strumento → graduazione della scala
(è l’inverso della sensibilità della sua scala)

Portata di uno strumento:
Massima quantità misurabile di quella grandezza sullo strumento.

Sensibilità di uno strumento:
La più piccola quantità apprezzabile di quella grandezza sullo strumento → graduazione della scala
(è l’inverso della sensibilità della sua scala)

Portata di uno strumento:
Massima quantità misurabile di quella grandezza sullo strumento.

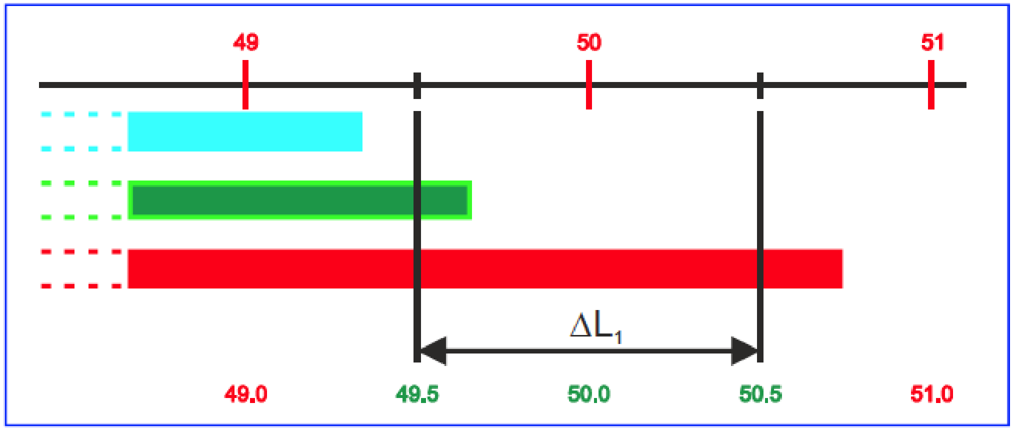
Supponiamo allora di voler fare una misura

ad esempio vogliamo misurare la lunghezza della sala di una palestra

con un metro a rotella

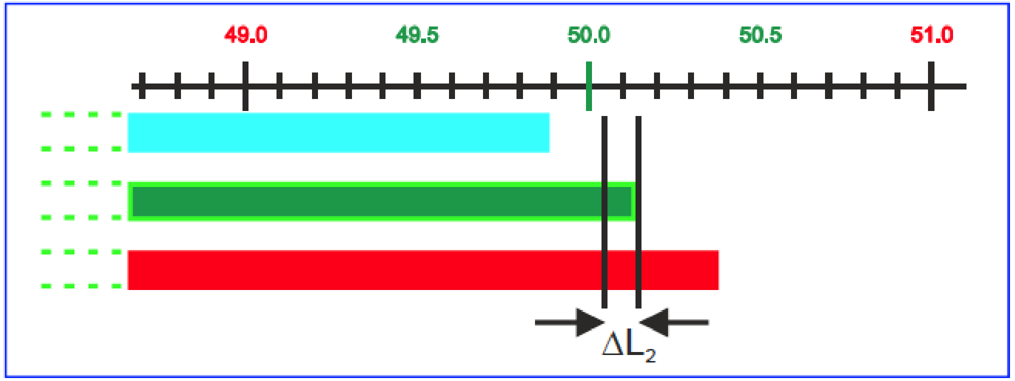
◆ LETTURA DI SCALE

Misura della lunghezza di una palestra con una rotella metrica



L = 50 m
significa che L è più vicino a 50 m piuttosto che a 49 m o a 51 m:

49.5 m < L < 50.5 m



L = 50.1 m
significa che L è più vicino a 50.1 m piuttosto che a 50.0 m o a 50.2 m:

50.05 m < L < 50.15 m

generalizzando:

$$\boxed{\textbf{VALORE MISURATO di } x = x_{MIG\ STI} \pm \delta x}$$

dove: $x_{MIG\ STI}$ = **migliore stima** della misura della grandezza x

δx = **incertezza** o **errore** della misura della grandezza x

- Un modo corretto di fornire il risultato di una misura consiste nel dare la MIGLIORE STIMA della grandezza misurata e l'INTERVALLO all'interno del quale debba trovarsi la quantità misurata (con una *certa* probabilità)
  - ad esempio per la lunghezza L della palestra si ha:
    - migliore stima della lunghezza = 50 m
    - intervallo probabile: 49.5 m ÷ 50.5 m
  - quasi sempre si preferisce fornire la stessa informazione nel seguente modo:
    - **valore misurato** della lunghezza $L = (50 \pm 0.5)\ m$

$$\boxed{x \text{ misurato} = x_{MIG\ STI} \pm \delta x}$$

- L'errore δx di una misura fornisce la **precisione** (o **attendibilità**) di una misura, ma da solo non fornisce una completa informazione sulla bontà della misura
  - Un errore di **1 mm** su una lunghezza di **1 km** fornirebbe una misura **estremamente precisa**, o meglio, eccessivamente precisa e molto probabilmente di una precisione **inutile**
  - Un errore di **1 mm** su una lunghezza di **3 mm** fornirebbe una misura **estremamente grossolana**, scarsamente precisa e quindi anch'essa **inutile**

- La bontà di una misura è quindi fornita non dal solo errore δX , ma dal rapporto tra l'errore e la stima della grandezza in questione:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\delta x}{|x_{MIGSTI}|}}$$

δx = ERRORE ASSOLUTO

ε = ERRORE RELATIVO o PRECISIONE

(grandezza adimensionata e quindi senza unità di misura, viene spesso fornita in percentuale)

- Esempio: L = (50 ± 0.5) m

$$\varepsilon = \frac{\delta L}{|L_{MIGSTI}|} = \frac{0.5}{50} = \frac{5}{500} = \frac{1}{100} = 0.01 = 1\%$$

Supponiamo di voler misurare una grandezza x

Abbiamo detto che il risultato deve essere espresso nella forma: $x = x_{MIG\ STI} \pm \delta x$

Utilizzando sempre la stessa apparecchiatura ed adoperando la stessa procedura, supponiamo di ripetere N volte la misura e di ottenere N valori: $x_1, \ x_2, \ x_3, \dots \dots \dots, x_N$

- Si può dimostrare che la miglior stima di x è la media aritmetica di $x_1, \ x_2, \dots, x_N$ $\quad x_{MIG\ STI} = \bar{x}$

◆ **MEDIA ARITMETICA**

$$\boxed{\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{\sum_i x_i}{N}}$$

◆ **DEVIAZIONE**

Potremmo definire l'attendibilità media delle N misure x_i come la media delle deviazioni d_i

$\boxed{d_i = x_i - \bar{x}}$ ma ...... $\boxed{\bar{d} = 0 \quad \forall\, x_i \ \forall\, N}$

- **DEVIAZIONE STANDARD**
  o DEVIAZIONE QUADRATICA MEDIA
  o R.M.S. (σ_x)

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[d_i]^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[x_i - \bar{x}]^2}{N}}$$

- La deviazione standard elevata al quadrato σ_x^2 si chiama VARIANZA
- Si può dimostrare che è meglio definire la deviazione standard modificando il termine N che compare al denominatore con (N-1)

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[d_i]^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[x_i - \bar{x}]^2}{N-1}}$$

- La deviazione standard σ_x rappresenta l'incertezza media delle misure
- Se il numero N di misure effettuate è sufficientemente elevato e le misure sono distribuite normalmente circa il 70% (per la precisione il 68.72%) delle misure si troverà nell'intervallo:

$$\bar{x} \pm \sigma_x$$

- Ovvero se sono già state effettuate N misure, vi è una probabilità di circa il 70% che la (N+1)-sima misura si trovi nell'intervallo:

$$(\bar{x} - \sigma_x) \div (\bar{x} + \sigma_x)$$

- **DEVIAZIONE STANDARD DELLA MEDIA**
  o ERRORE STANDARD o ERRORE STANDARD DELLA MEDIA (σ_m)
  o incertezza media delle misure

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}[x_i - \bar{x}]^2}{N(N-1)}}$$

- Avevamo detto che il risultato di una misura deve essere presentato nella forma:

$$\boxed{x \text{ misurato} = x_{MIG\ STI} \pm \delta x}$$

A questo punto è ragionevole concludere che:

il risultato di una serie di misure ripetibili deve essere presentato nella forma

$$\boxed{x \text{ misurato} = \bar{x} \pm \sigma_m}$$

Per poter eseguire una analisi statistica significativa ovviamente occorre eseguire un elevato numero di misure e quindi è importante trovare dei metodi che permettano di archiviare e presentare i dati in modo adeguato ad una rapida e corretta lettura

- Per esempio supponiamo di aver eseguito N = 100 misure dello spessore di uno strato di ossido di silicio, in micron:
(numero sicuramente statisticamente non molto elevato, ma conveniente dal punto di vista didattico)

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	**26**	**27**	**23**	**26**	**25**	**26**	**28**	**25**	**22**	**24**	**24**	**27**	**23**	**26**	**28**	**27**	**24**	**26**	**24**	**25**

i	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
x_i	**27**	**23**	**26**	**29**	**25**	**22**	**26**	**25**	**26**	**28**	**24**	**25**	**24**	**24**	**28**	**27**	**24**	**27**	**23**	**26**

i	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
x_i	**27**	**24**	**26**	**27**	**24**	**27**	**22**	**24**	**28**	**26**	**24**	**25**	**26**	**23**	**25**	**23**	**26**	**25**	**28**	**25**

i	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
x_i	**26**	**25**	**26**	**27**	**23**	**28**	**27**	**24**	**27**	**23**	**25**	**25**	**25**	**22**	**26**	**28**	**26**	**24**	**24**	**24**

i	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
x_i	**24**	**21**	**27**	**26**	**27**	**23**	**26**	**28**	**26**	**25**	**25**	**22**	**26**	**28**	**23**	**29**	**21**	**25**	**25**	**23**

- Ordiniamo i dati non in ordine di rilevamento, ma in ordine di valore crescente:

i	82	97	9	26	47	74	92	3	13	22	39	54	56	65	70	86	95	100	10	11
x_i	**21**	**21**	**22**	**22**	**22**	**22**	**22**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**23**	**24**	**24**

i	17	19	31	33	34	37	42	45	48	51	68	78	79	80	81	5	8	20	25	28
x_i	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**24**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**

i	32	52	55	58	60	62	71	72	73	90	91	98	99	1	4	6	14	18	23	27
x_i	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**

i	29	40	43	50	53	57	61	63	75	77	84	87	89	93	2	12	16	21	36	38
x_i	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**26**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**

i	41	44	46	64	67	69	83	85	7	15	30	35	49	59	66	76	88	94	24	96
x_i	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**28**	**29**	**29**

- Evitiamo di riscrivere i valori ripetuti:

valori diversi	x_k	21	22	23	24	25	26	27	28	29
FREQUENZA	n_k	2	5	11	17	18	21	14	10	2
FRAZIONE	$F_k = \frac{n_k}{N}$	0,02	0,05	0,11	0,17	0,18	0,21	0,14	0,10	0,02

$\sum_k n_k = N$

$\sum_k F_k = 1$

F_k = FRAZIONE delle N misure che hanno dato come risultato x_k

- In base a ciò possiamo scrivere la media delle N misure nel seguente modo:

$$\boxed{\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N} = \frac{\sum_k x_k n_k}{N} = \sum_k x_k \frac{n_k}{N} = \sum_k x_k F_k}$$

- Ordiniamo i dati in ordine di valore crescente, ma con un’altra disposizione:

	82	97
2	21	21

	9	26	47	74	92
5	22	22	22	22	22

	3	13	22	39	54	56	65	70	86	95	100
11	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23

	10	11	17	19	31	33	34	37	42	45	48	51	68	78	79	80	81
17	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24

	5	8	20	25	28	32	52	55	58	60	62	71	72	73	90	91	98	99
18	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25

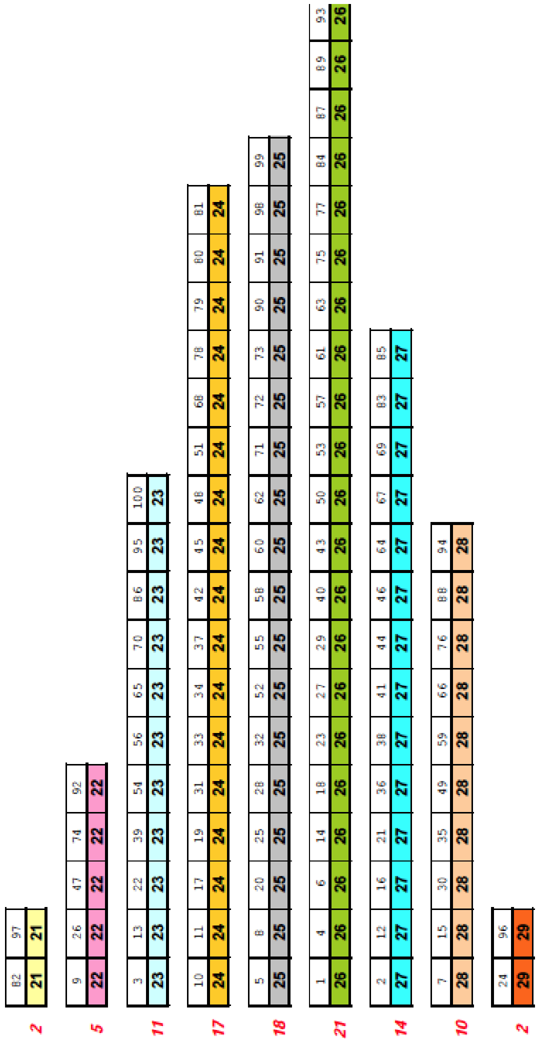
	1	4	6	14	18	23	27	29	40	43	50	53	57	61	63	75	77	84	87	89	93
21	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26	26

	2	12	16	21	36	38	41	44	46	64	67	69	83	85
14	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27	27

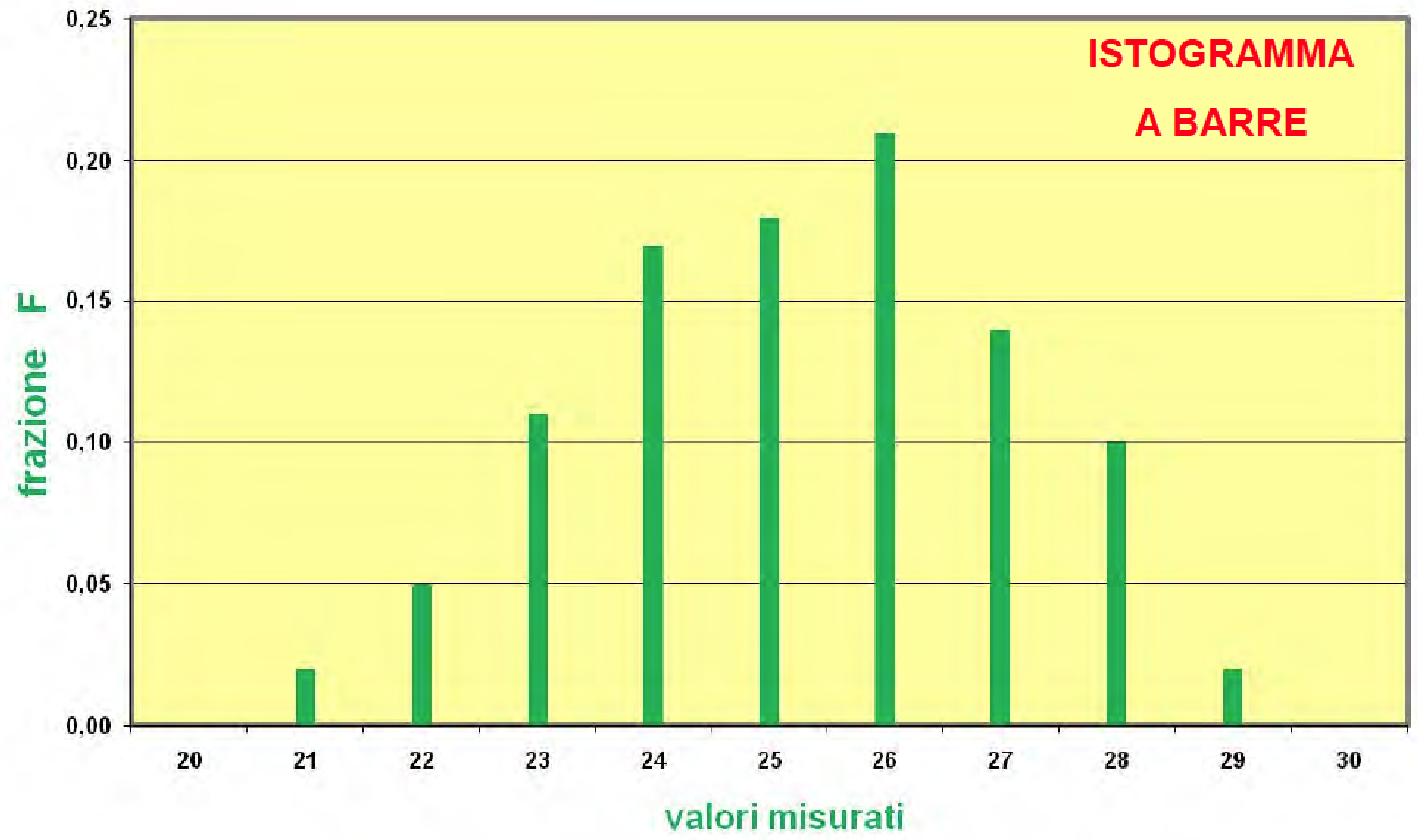
	7	15	30	35	49	59	66	76	88	94
10	28	28	28	28	28	28	28	28	28	28

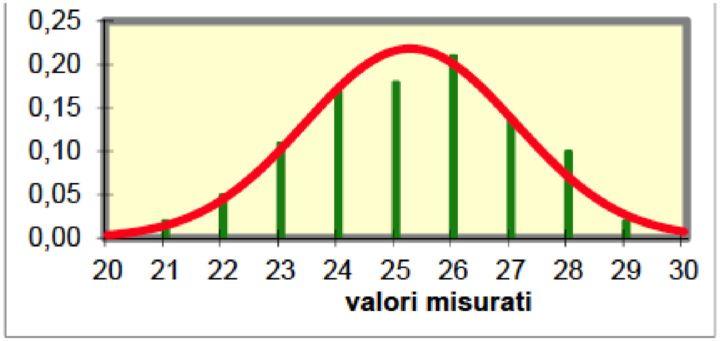
	24	96
2	29	29

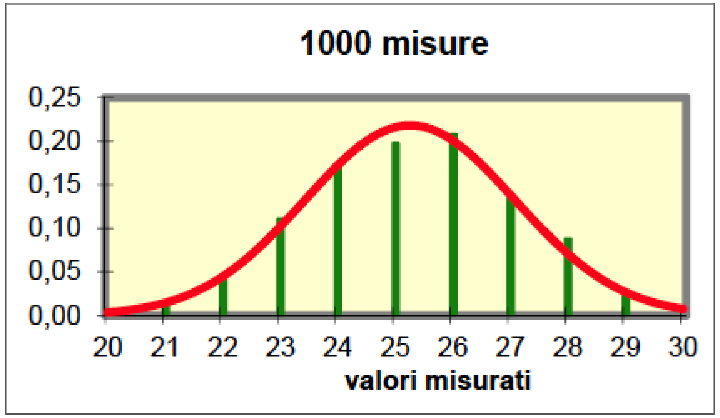
- Ordiniamo i dati in ordine di valore crescente, ma con un'altra disposizione:

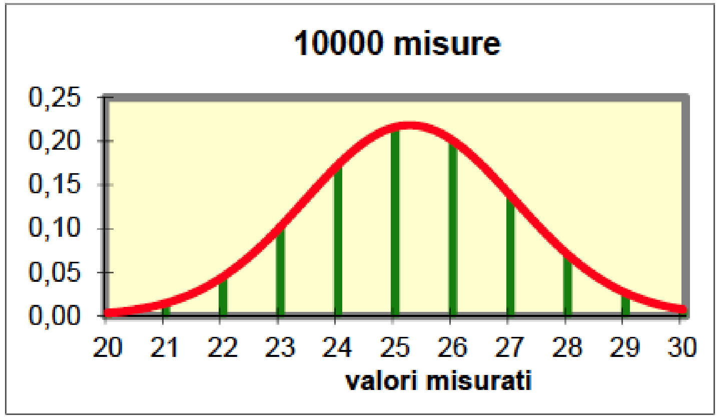


Per poter eseguire una analisi statistica significativa ovviamente occorre eseguire un elevato numero di misure e quindi è importante trovare dei metodi che permettano di archiviare e presentare i dati in modo adeguato ad una rapida e corretta lettura









Aumentando il numero di misure ci accorgiamo che la frequnza dei valori misurati si distribuisce seguendo una curva a campana chiamata **DISTRIBUZIONE GAUSSIANA,** che ha il suo valore massimo coincidente con la media delle misure.

Quando si esprime un risultato come

$$x \pm \sigma_x$$

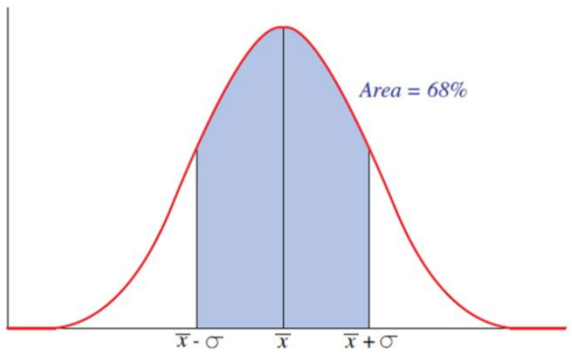
si intende dire che c'è una probabilità del 68.3% che, ripetendo una singola misura, essa cada nell'intervallo

$$(x - \sigma_x) < x < (x + \sigma_x)$$

Quindi la deviazione standard rappresenta l'incertezza media sulle singole misure, non l'incertezza sulla media. Si dimostra che la migliore stima per l'errore sulla media è la **deviazione standard della media** (o errore standard) che tiene conto del numero di misure effettuate

In particolare

$x \pm \sigma_x$ corrisponde ad una confidenza del 68%
$x \pm 2\sigma_x$ corrisponde ad una confidenza del 95.4%
$x \pm 3\sigma_x$ corrisponde ad una confidenza del 99.7%
$x \pm 5\sigma_x$ corrisponde ad una confidenza del 99.99997%



Attenzione che l'intervallo di confidenza non è l'intervallo in cui cadono i valori della variabile, o la media del campione, ma gli intervalli che con una certa probabilità conterranno la media della popolazione!

(Informalmente, anche se non correttamente, si dice anche che la media della popolazione cadrà con una probabilità 1 - α all'interno dell'intervallo di confidenza calcolato. Ma definito un intervallo, la media della popolazione o è interna o è esterna a questo intervallo, non ha senso parlare di probabilità della media vera di cadere o no nell'intervallo calcolato)