



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI ENNA "KORE"

## Facoltà di Ingegneria ed Architettura

Anno Accademico 2022/2023

Corso di studi in Ingegneria dei Rischi Ambientali e delle Infrastrutture, classe di laurea L7

Insegnamento	Matematica per l'Ingegneria
CFU	15 (6+9)
Settore Scientifico	MAT/07-MAT/05
Disciplinare	
Nr. ore di aula	48+72
Nr. ore di studio autonomo	102+153
Nr. ore di laboratorio	\
Mutuazione	NO
Annualità	I anno
Periodo di svolgimento	Insegnamento annuale

Docente	E-mail	Ruolo <sup>1</sup>	SSD docente
Liliana Luca	<a href="mailto:liliana.luca@unikore.it">liliana.luca@unikore.it</a>	RTD	MAT/06

Propedeuticità	Nessuna
Prerequisiti	Sono ritenuti basilari per l'insegnamento di "Matematica per l'Ingegneria" i contenuti svolti nell'ambito del Corso Zero.
Sede delle lezioni	Plesso di Ingegneria e Architettura

### Moduli

N.	Nome del modulo	Docente	Durata in ore
1	Metodi Matematici per l'Ingegneria	Liliana Luca	150 (48 + 102)
2	Analisi Matematica	Liliana Luca	225 (72 + 153)

### Orario delle lezioni

L'orario delle lezioni sarà pubblicato sulla pagina web del corso di laurea  
[https://gestioneaule.unikore.it/agendaweb\\_unikore/](https://gestioneaule.unikore.it/agendaweb_unikore/)

### Obiettivi formativi

Il primo modulo dell'insegnamento ha come obiettivo sia la formazione logico-matematica di base, intesa anche come capacità di comprendere percorsi ipotetico-deduttivi, che quello di fornire allo studente strumenti applicativi di calcolo.

Il secondo modulo si propone di fornire allo studente i metodi e le tecniche fondamentali dell'Analisi Matematica essenziali per le discipline ingegneristiche, con particolare riferimento al calcolo differenziale ed integrale per le funzioni di una o più variabili reali, alla risoluzione di equazioni differenziali e alla conoscenza delle caratteristiche fondamentali di curve regolari e forme differenziali. Ulteriore obiettivo è la preparazione dello studente all'applicazione delle tecniche analitiche nelle altre discipline tecnico-scientifiche.

**Modulo 1: Metodi matematici per l'Ingegneria**

N.	ARGOMENTO	DURATA
1	<b>Cenni di Strutture algebriche:</b> Insiemistica. Semigrupperi, gruppi, anelli, corpi, campi. Teorema di unicità dell'elemento neutro. Numeri complessi e struttura algebrica dell'insieme dei numeri complessi.	4h
2	<b>Matrici ad elementi in un campo:</b> Somma tra matrici. Gruppo abeliano delle matrici. Prodotto di uno scalare per una matrice. Prodotto tra matrici. Proprietà delle operazioni tra matrici. Anello delle matrici quadrate. Matrici triangolari, diagonali e scalari. Matrici trasposte. Matrici simmetriche ed antisimmetriche. Determinante di una matrice quadrata e sue proprietà. Teorema di Laplace. Matrici invertibili. Matrice aggiunta. Calcolo dell'inversa di una matrice. Rango di una matrice.	7h
3	<b>Sistemi di equazioni lineari:</b> Teorema di Rouché-Capelli. Teorema di Cramer. Sistemi omogenei. Risoluzione dei sistemi lineari.	4h
4	<b>Spazi vettoriali e loro proprietà:</b> I vettori geometrici dello spazio ordinario. Somma di vettori. Prodotto di un numero per un vettore. Prodotto scalare. Componenti dei vettori e operazioni mediante componenti. Definizioni ed esempi di spazi vettoriali astratti. Sottospazi. Intersezione e somma di sottospazi. Generatori di uno spazio. Spazi vettoriali finitamente generati. Dipendenza e indipendenza lineare. Criterio di indipendenza lineare. Base di uno spazio. Metodo degli scarti successivi. Completamento di un insieme libero ad una base. Lemma di Steinitz. Dimensione di uno spazio vettoriale. Formula di Grassmann, Somme dirette. Basi ortonormali. Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.	5h
5	<b>Cenni su Applicazioni lineari fra spazi vettoriali:</b> Definizione e proprietà delle applicazioni lineari. Il nucleo e l'immagine di una applicazione lineare. Iniettività, suriettività, isomorfismi. Teorema del Nucleo e dell'Immagine. Studio delle applicazioni lineari. Matrice del cambio di base.	4h
6	<b>Autovalori, autovettori ed autospazi di un endomorfismo:</b> Calcolo degli autovalori e polinomio caratteristico. Autospazi e loro dimensione. Indipendenza degli autovettori. Endomorfismi semplici e diagonalizzazione delle matrici.	6h
7	<b>Sistemi di coordinate nel piano e nello spazio:</b> Coordinate omogenee e punti impropri. Rette reali del piano e loro equazioni. Mutua posizione tra rette. Ortogonalità e parallelismo. Il coefficiente angolare di una retta. Fasci di rette. Distanze. I piani dello spazio ordinario. Le rette dello spazio e vari modi di rappresentazione. Ortogonalità e parallelismo. Rette complanari e rette sghembe. Angoli fra rette e piani. Fasci di piani.	6h
8	<b>Cenni di Coniche nel piano:</b> Definizioni e classificazioni delle coniche.	6h

	Invarianti ortogonali. Riduzione di una conica a forma canonica. Coniche riducibili e irriducibili. Significato geometrico del rango della matrice associata ad una conica. Classificazione delle coniche irriducibili. Studio delle coniche in forma canonica. Fuochi, direttrici ed eccentricità. Iperboli equilateri. Centro ed assi di simmetria. Circonferenze. Tangenti.	
<b>9</b>	<b>Cenni sulle Quadriche:</b> Definizioni e classificazioni delle quadriche. Quadriche riducibili e irriducibili. Vertici delle quadriche e quadriche degeneri. Classificazione affine delle quadriche. Coni e cilindri. Invarianti ortogonali. Rette e Piani Tangenti.	4h
<b>10</b>	<b>Cenni di Calcolo delle Probabilità:</b> Cenni di calcolo combinatorio. Disposizioni, Permutazioni, Combinazioni, semplici e con ripetizione. Definizione di spazio delle Probabilità.	2h

## Modulo 2: Analisi Matematica

<b>N.</b>	<b>ARGOMENTO</b>	<b>DURATA</b>
<b>1</b>	<b>Funzioni reali a variabile reale:</b> Concetto di funzione. Funzioni iniettive e suriettive. Funzione composta. Funzione Valore assoluto. Funzione Esponenziale e Funzione Logaritmo. Funzioni trigonometriche. Prima e seconda relazione fondamentale della trigonometria. Archi notevoli. Funzioni limitate. Definizione di limite. Teorema di unicità del limite*. Teoremi del confronto. Operazioni con i limiti. Limiti notevoli. Asintoti. Definizione di continuità. Continuità delle funzioni elementari. Teorema di continuità della funzione composta. Punti di discontinuità. Teorema di esistenza degli zeri. Teorema di Weierstrass.	10h
<b>2</b>	<b>Calcolo Differenziale:</b> Definizione di derivata e sua interpretazione geometrica. Derivate successive. Derivate delle funzioni elementari. Algebra delle derivate. Derivata della funzione composta. Teoremi di Rolle, Cauchy* e Lagrange*. Conseguenze del Teorema di Lagrange. Teoremi di de l'Hopital. Punti di massimo e minimo relativo. Teorema di Fermat. Teoremi per la determinazione di estremi relativi. Funzioni convesse in un intervallo. Condizioni necessarie e sufficienti per la convessità. Punti di flesso. Studio di Funzione e determinazione del grafico.	10h
<b>3</b>	<b>Integrazione delle funzioni reali di una variabile reale:</b> Primitiva di una funzione reale a variabile reale. Definizione di integrale indefinito. Integrazione per decomposizione. Metodo di integrazione per parti*. Integrazione delle funzioni razionali fratte. Metodo di integrazione per sostituzione. Definizione di integrale definito. Proprietà dell'integrale definito. Caratterizzazione dell'Integrale e significato geometrico. Classi di funzioni integrabili. Proprietà dell'integrale. Teorema della Media*. Funzioni Integrali. Teorema fondamentale del calcolo integrale e suo corollario.	8h
<b>4</b>	<b>Cenni su Successioni e Serie numeriche, serie di potenze.</b>	8h

<b>5</b>	<b>Equazioni Differenziali:</b> Equazioni differenziali ordinarie. Problema di Cauchy. Esistenza ed unicità locale e globale per il problema di Cauchy. Equazioni differenziali lineari di ordine superiore al primo.	8h
<b>6</b>	<b>Calcolo differenziale per funzioni reali di più variabili reali.</b> Derivate parziali e direzionali di funzioni reali a più variabili reali, teorema di Schwartz, Differenziale primo e sua rappresentazione. Differenziabilità e continuità. Teorema del differenziale totale. Regole di differenziazione. Differenziale delle funzioni composte. Estremi relativi. Condizioni necessarie e condizioni sufficienti per un estremo relativo. Estremi vincolati. Metodo dei moltiplicatori di Lagrange.	6h
<b>7</b>	<b>Integrali di funzioni reali a più variabili reali:</b> Integrali doppi, proprietà degli integrali doppi, teorema della media, cilindroidi, domini normali, formule di riduzione degli integrali delle funzioni di due variabili, domini piani regolari, formule di sostituzione per gli integrali doppi.	8h
<b>8</b>	<b>Curve regolari:</b> Vettore tangente. Curve generalmente regolari. Curve rettificabili e loro lunghezza. Ascissa curvilinea. Integrale curvilineo rispetto al differenziale d'arco e sue proprietà.	4h
<b>9</b>	<b>Forme differenziali:</b> Definizione e significato fisico. Integrale di una forma differenziale su un cammino. Indipendenza dal cammino. Criteri di integrabilità. Forme differenziali chiuse. Relazione tra chiusura ed esistenza della primitiva.	10h

#### Risultati di apprendimento (descrittori di Dublino)

Alla fine dell'insegnamento, lo studente dovrà aver conseguito le seguenti abilità, conoscenze e competenze:

#### **Conoscenza e capacità di comprensione:**

Con il primo modulo l'insegnamento intende introdurre l'allievo a quelle metodologie matematiche che permettono di educare lo studente all'esame di un problema, distinguendo: i dati di partenza (ipotesi), l'obiettivo da raggiungere (tesi), il percorso logico-deduttivo dai dati all'obiettivo (dimostrazione). Lo studio dei primi elementi di algebra lineare si presta particolarmente allo scopo, per il limitato numero di dati e la semplicità del ragionamento che conduce alla tesi. Il secondo obiettivo del primo modulo è di presentare allo studente i concetti e le strutture di base dell'algebra lineare, della geometria euclidea e della teoria delle coniche e quadriche in collegamento con il loro utilizzo in altre discipline e in particolare nelle loro mutue relazioni; l'interpretazione geometrica di problemi di algebra lineare e l'algebrizzazione di alcuni problemi geometrici raccordandosi, così, al modulo di Analisi Matematica. Infine, a conclusione del secondo modulo, lo studente dovrà dimostrare di conoscere le nozioni di funzioni reali di variabile reale, gli elementi fondamentali del calcolo differenziale ed integrale per funzioni reali in una o più variabili reali, curve, forme differenziali e di sapere riconoscere ed integrare le equazioni differenziali presentate durante l'insegnamento.

**Conoscenza e capacità di comprensione applicate:** L'insegnamento permette di applicare la conoscenza e la capacità di comprensione all'analisi e alla modellazione di problemi ingegneristici,

utilizzando consapevolmente gli strumenti dell'analisi matematica e dei metodi matematici. In particolare con il primo modulo, l'insegnamento intende fornire le conoscenze pratico-operative che consentano allo studente di utilizzare in modo autonomo sia gli strumenti di algebra lineare che quelli di geometria analitica attraverso la predisposizione di esercitazioni dedicate, finalizzate alla comprensione degli argomenti trattati. Il secondo modulo intende fornire quelle conoscenze che permettano allo studente di utilizzare in modo autonomo il calcolo integrale per funzioni di una o più variabili reali e gli strumenti del calcolo differenziale nella risoluzione di problemi matematici.

**Autonomia di giudizio:** Lo studente dovrà acquisire la capacità di adoperare gli strumenti matematici più idonei alla risoluzione dei problemi affrontati. Pertanto dovrà essere in grado di analizzare i dati di un problema ed identificare gli strumenti matematici atti a risolverlo.

**Abilità comunicative:** Lo studente dovrà acquisire la capacità di esporre in modo completo e corretto, anche linguisticamente, le conoscenze e le tecniche acquisite e dovrà essere in grado di difendere le soluzioni adottate nella risoluzione degli spunti esercitativi proposti.

**Capacità di apprendere:** L'insegnamento prevede che lo studente acquisisca, anche in autonomia mediante la consultazione di testi idonei o attraverso gli spunti di riflessione indicati a lezione, le conoscenze matematiche necessarie al proprio percorso di studi.

---

#### Testi per lo studio della disciplina

##### **Modulo 1: Metodi matematici per l'Ingegneria**

E. Schlesinger, "Algebra lineare e geometria", Ed. Zanichelli (2018).

L. Mauri, E. Schlesinger "Esercizi di algebra lineare e geometria", Ed. Zanichelli (2020).

##### **Modulo 2: Analisi matematica**

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica 1 con elementi di algebra lineare e geometria, Zanichelli (2014).

M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa, Analisi Matematica 2, Zanichelli (2009).

Per ogni singolo argomento trattato durante le lezioni, il docente indicherà le sezioni dei testi di supporto per lo studio.

---

#### Metodi e strumenti per la didattica

L'insegnamento alterna lezioni frontali a esercizi svolti in aula. Ulteriore materiale didattico (dispense, esercitazioni, slide...) sarà distribuito durante il corso delle lezioni, e sarà caricato sulla piattaforma unikorefad.

---

#### Modalità di accertamento delle competenze

La modalità d'esame prevede una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta è costituita da un quesito teorico e 4 esercizi relativi agli argomenti trattati nel modulo di Analisi Matematica, così suddivisi: studio di funzione, calcolo integrale per funzioni di una o più variabili reali, equazioni differenziali e forme differenziali. A ciascuno dei quesiti proposti è assegnato un punteggio massimo che sarà espressamente indicato nel testo il giorno della prova. Lo studente potrà disporre di un numero sufficiente di prove/simulazioni d'esame, come esempi di riferimento. Il tempo complessivo a disposizione è di 3 ore. I fogli per l'esecuzione della prova scritta saranno forniti dal docente che indicativamente entro 3-4 giorni ne pubblicherà gli esiti. Per

la prova scritta è ammesso l'utilizzo di un formulario ma non di libri e/o appunti. Lo studente potrà inoltre utilizzare una calcolatrice NON programmabile.

La prova orale consta nell'esposizione orale di alcuni concetti teorici trattati nel modulo di Metodi Matematici. Lo scopo della prova orale è quello di appurare il raggiungimento degli obiettivi minimi fissati per il superamento dell'esame. Il colloquio verterà sia sugli aspetti teorici trattati durante l'insegnamento che su quelli più propriamente applicativi. Per quanto concerne questi ultimi, la discussione della parte pratica prevede l'accertamento delle competenze acquisite dall'allievo, mediante la risoluzione di un esercizio a scelta tra uno dei seguenti temi: applicazioni lineari, rette nello spazio, classificazione di coniche.

Le due prove contribuiscono al voto finale in proporzione al numero di CFU dei due moduli.

---

#### Date di esame

Le date di esame saranno pubblicate sulla pagina web del corso di laurea:  
[https://gestioneaule.unikore.it/agendaweb\\_unikore/](https://gestioneaule.unikore.it/agendaweb_unikore/)

---

#### Modalità e orario di ricevimento

Il ricevimento è previsto nei giorni di lezione presso lo studio 1 del Plesso di Ingegneria e Architettura, previo appuntamento fissato per e-mail con la docente.

---

<sup>i</sup> PO (professore ordinario), PA (professore associato), RTD (ricercatore a tempo determinato), RU (Ricercatore a tempo indeterminato), DC (Docente a contratto).